

17. 弾性体／制約条件により表現された土留壁の掘削に伴う変形挙動

Deformation Analysis of Ground under Excavation with Retaining Wall Simulated
by Elastic Body, or else by Constraint Conditions

高稲 敏浩*

要 旨

土中に補強材が設置される場合の土の変形挙動は、土骨格の速度場に課する線形制約条件を用いることにより、土と補強材の相互作用を考慮しつつ、簡便にしかも有用に調べることができる。線形制約条件は簡便であるため、設計側からみるとかなり安全側であると考えられる場合もある。そこで、土留め壁を線形制約条件および弾性体で表現し、自立式土留め掘削のFEM弾塑性変形計算を行いその両者を比較した。その結果、制約条件だけで十分適用が可能な場合もあるが、弾性体など適切なモデル化を必要とする場合もあることが分かった。

キーワード：有限要素法／弾性体／線形制約条件／有限変形計算

1. はじめに

3軸試験のペDESTAL、基礎、杭など土以外の材料を介して外力が土に伝達される場合、あるいは、土留めや補強土工法における鉄筋・ジオテキスタイルなどを設置し土中の応力を負担させる場合における土の変形挙動は、土骨格の速度場に課する線形制約条件（距離不変、角度不変、方向不変条件など）を用いることで、補強材と地盤との相互作用を考慮しながら簡便にしかも有用に調べることができる¹⁾。「距離不変」、「角度不変」といった条件は簡便であるため、あくまでも近似計算として設計側からみるとかなり安全側と考えられる場合もある。

そこで、本報は自立式土留めを例にとり、線形制約条件および線形弾性体を用いて土留め壁を表現し、土留め壁に発生する部材力などについて比較検討を行い、それぞれの適用性について述べるものである。

2. 線形制約条件²⁾の概要

線形制約条件を、有限要素離散化による「線形弾性体のつり合い計算」を例に説明する。

$$K\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{f}\} \quad (1)$$

ここに $\{\mathbf{u}\}$ はその変位系を表わす全節点変位ベクトル、 K は全体剛性行列、 $\{\mathbf{f}\}$ は与えられた既知のすべての物体力と表面力を表わす全節点力ベクトルである。

線形弾性体のHooke（フック）則と変位の適合条件式を用いて、力のつり合い式を変位を用いて書き下した式はNavier（ナビエ）の平衡方程式と呼ばれる。このNavier

式と与えられた境界条件とを満たす変位系が存在したとすると、「仮想仕事の原理」は有限要素離散化の手法によって次のように書かれる。

$$\{\delta\mathbf{u}\}^T [K\{\mathbf{u}\} - \{\mathbf{f}\}] = 0 \quad (2)$$

もし、境界条件がすべて力で与えられていて、物体のいかなる部分にも変位に対する束縛（拘束）がない場合、式(2)で仮想変位 $\{\delta\mathbf{u}\}$ は任意と考えられるから、式(2)は

$$K\{\mathbf{u}\} - \{\mathbf{f}\} = \{0\} \quad (3)$$

なるつり合い式と同じであり、すなわち式(3)を変位ベクトル $\{\mathbf{u}\}$ について解けばよいことになる。ところが一般の問題では、たとえば「支点」などのように、変位には束縛が課せられていることが多い。今この束縛は、

$$C\{\mathbf{u}\} = \{\alpha\} \quad (4)$$

のように線形式で書けるとする。(4)だけで変位 $\{\mathbf{u}\}$ を決めることはできない。さて、式(4)のような変位制約のもとでは、仮想変位 $\{\delta\mathbf{u}\}$ は式(4)の全微分

$$C\{\delta\mathbf{u}\} = \{0\} \quad (5)$$

を満たす必要が生じ、このとき $\{\delta\mathbf{u}\}$ は任意ベクトルではなくなる。つまり、式(5)を満たすという条件付きで、任意の $\{\delta\mathbf{u}\}$ に対して式(2)および式(4)を満たすような $\{\mathbf{u}\}$

*土木構造研究室

を求めることになる。すなわち、以下の $\{u\}$ と $\{\mu\}$ に関する連立方程式

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\mu\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{\alpha\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

を解けばよいことになる。証明は以下のとおりである。
式(6)の第2行は式(4)と等しいので、第1行

$$K\{u\} + C^T\{\mu\} = \{f\} \quad (7)$$

を調べる。解はこれを満たすから、式(7)のベクトル $K\{u\} - \{f\}$ は C^T の列ベクトル、 $c_1, c_2, \dots, c_m$ の1次結合、つまりベクトル $K\{u\} - \{f\}$ は m 個のベクトル $c_1, c_2, \dots, c_m$ は張る平面上にある。ここに、ベクトル $c_1, c_2, \dots, c_m$ は

$$[c_1, c_2, \dots, c_m] = C^T \quad (8)$$

である。ところが、式(5)を満たすベクトル $\{\delta u\}$ は、式(5)が示すように $c_1, c_2, \dots, c_m$ のすべてと直交する。したがって、 $\{\delta u\}$ は $K\{u\} - \{f\}$ と直交することになり、仮想仕事式、式(2)が成り立つことがわかる。

さて、式(7)は制約条件を課したときの力のつり合い式であるが、変位に束縛があるときは、弾性内力 $K\{u\}$ が、与えられた外力 $\{f\}$ とだけではつり合あわず、外力に束縛力を加えた $\{f\} - C^T\{\mu\}$ とつり合うことを示す。束縛力、 $-C^T\{\mu\}$ は、有限要素法では既知の節点外力 $\{f\}$ に

重ね合わされるべき付加的な節点外力として求まる。

式(6)は、変位 $\{u\}$ と束縛力 $-C^T\{\mu\}$ とが連立方程式を解いて同時に求まることを示している。言い換えれば、束縛力の大きさは土のみで定され、「土の強度」を超えるような束縛力は発揮されない。たとえば、補強土工法における鉄筋の長さ方向の張力の分布は、土に作用する摩擦力に相当するが、土の構成式を用いて土のつり合いを解くのであるから、それは土のせん断強度を超えることはない。

以上の算法は、「剛塑性体の極限つり合いの計算」^{3),4)}、あるいは「弾塑性体の増分つり合いの計算」^{5),6)} においても、同様に使うことができる。また、「距離不変条件」により発生する束縛力は軸力に相当し、「角度不変条件」による束縛力は曲げモーメントに相当する⁵⁾。

3. 土留め壁に線形制約条件弾性体あるいはを用いた掘削地盤の解析比較

3.1 計算条件

自立式土留めを設置した地盤を3m掘削するときに、土留め壁を「距離不変」、「角度不変」の制約条件を用いて表現した場合と、弾性体で表現した場合について、それらの挙動を有限変形FEMを用いて比較検討した。

検討に用いた土留め壁の種類を表-1に示す。計算に用いた有限要素メッシュおよび土質定数をそれぞれ図-1および表-2に示す。地盤については、土被り厚に応じて応力等が深さ方向に分布し⁹⁾、補強なしで3m掘削した場合に自立しないような地盤(図-2)である。なお、土の構成式には下負荷面カムクレイモデル⁷⁾を用いている。

表-1 検討に用いた土留め壁の種類

ケース	根入れ (m)	土留め壁の種類
1	3.0	Ⅲ型鋼矢板
2	2.0	Ⅲ型鋼矢板
3	2.0	地盤改良体

表-2 土質定数

圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.131
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.016
限界状態定数 M	1.53
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 $k(\text{m/sec})$	3.7×10^{-8}
土粒子の密度 $\rho_s(\text{g/cm}^3)$	2.60
正規圧密土化係数 ν_2	10.0

表-3 鋼矢板の弾性パラメータ

弾性係数 $E(\text{kN/m}^2)$	2.06×10^8
断面2次モーメント $I(\text{m}^4)$ (壁幅1mあたり)	1.34×10^{-4}
ポアソン比	0.30

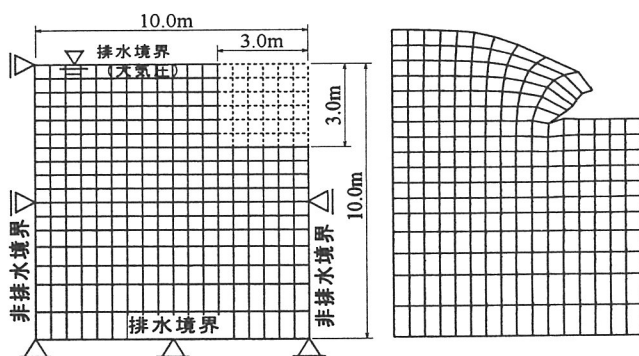


図-1 有限要素メッシュ

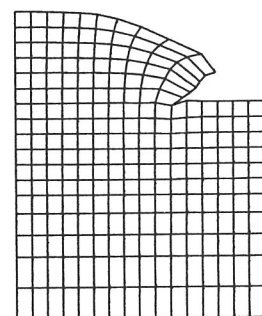
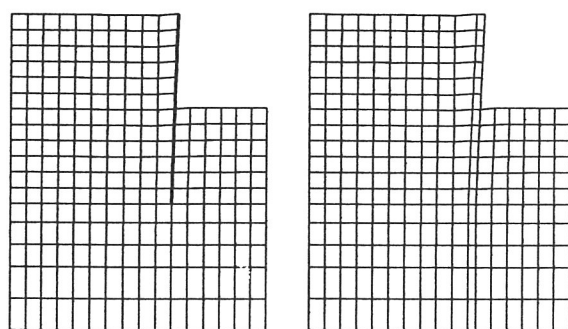


図-2 素掘時の変形図



i) 制約条件 ii) 幅25cm弾性体
図-3 最終変形図

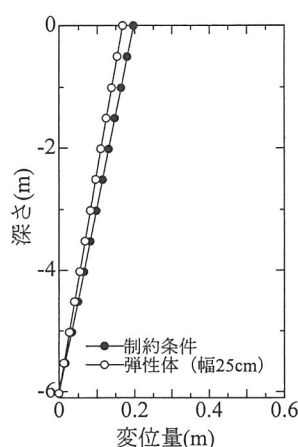


図-4 土留め壁変位量

3.2 鋼矢板－根入れ3mの場合

鋼矢板を①制約条件（距離不変、角度不変）、②幅0.25mの弾性体で表現した場合について解析を行い、算出された部材力を比較した。なお、弾性体の場合は、図-1の有限要素メッシュに幅0.25mの弾性体要素を加え、Ⅲ型鋼矢板のEI(表-3参照)と等しくなるように、幅に応じて弾性係数を設定し計算を行った。

最終の変形図および土留め壁の変位量を、それぞれ図-3、図-4に示す。また、最終の軸力分布を図-5に、曲げモーメントの経時変化を図-6に示す。曲げモーメ

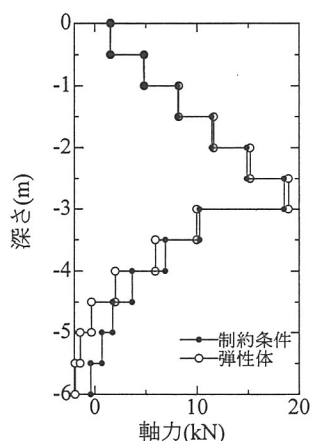


図-5 軸力分布

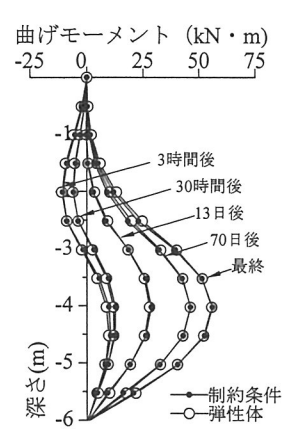
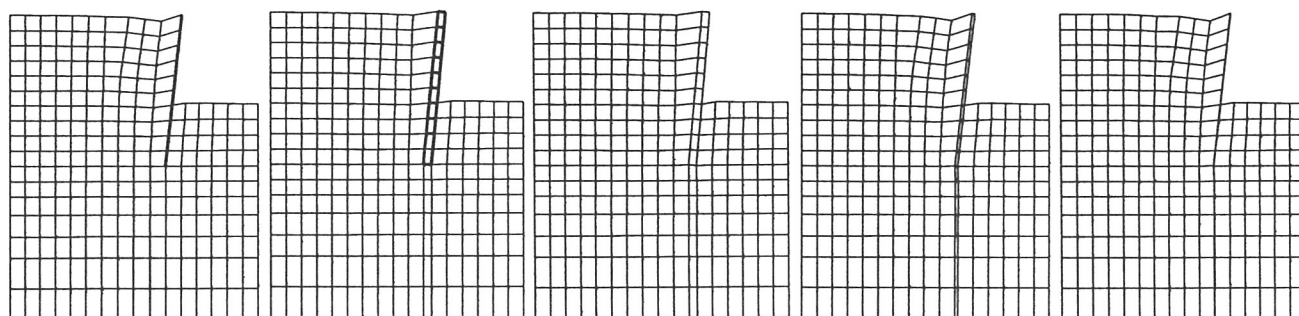


図-6 曲げモーメントの経時変化

ントは、制約条件および弾性体の場合ではほぼ一致していることがわかる。軸力分布は、掘削底面以下で若干の差はあるがその値は小さく、ほぼ一致しているといえる。今回の計算条件では約20cmも変形しているが、実務レベルの変形では弾性体と制約条件を用いた計算ではほぼ同様な結果が得られることが容易に理解できる。また、土留め壁の変位量については、弾性体を用いた場合のほう約1割程度変形が小さくなっている。線で表現する制約条件と幅のある弾性体との差であろうと考えられる。次節では根入れを浅くして比較検討を行う。

3.3 鋼矢板－根入れ2mの場合

根入れを2mにして、矢板を①制約条件（距離不変、角度不変）、②幅25cmの制約条件、③弾性体（幅25cm）、④弾性体（幅10cm）、⑤弾性体（幅1.3cm）の5ケースで表現した場合について検討を行う。なお、②は幅25cmの土留め領域を制約条件を用いて囲んだものである。最終の変形図および、そのときの矢板の変形をそれぞれ図-7、図-8に示す。壁頂部で60cm程度変位していて、土留め壁の厚みによる変位の差が生じている。厚み25cmの場合では、②制約条件、③弾性体の場合ともほぼ同様



①制約条件 ②幅25cm制約条件 ③幅25cm弾性体 ④幅10cm弾性体 ⑤幅1.3cm弾性体
図-7 最終変形図

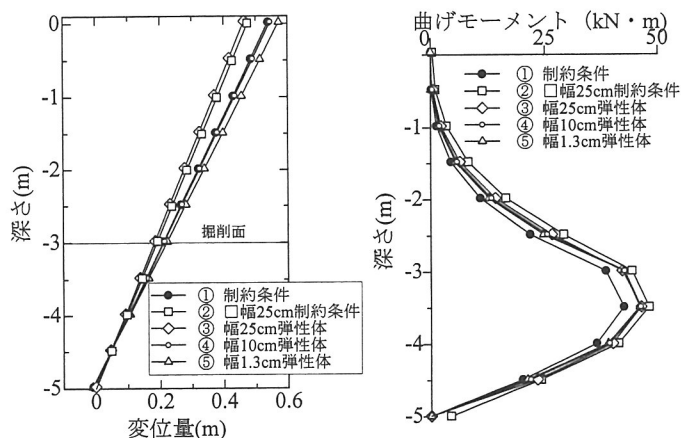


図-8 土留め壁変位量

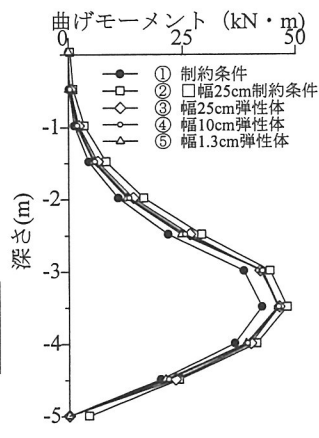


図-9 曲げモーメント分布

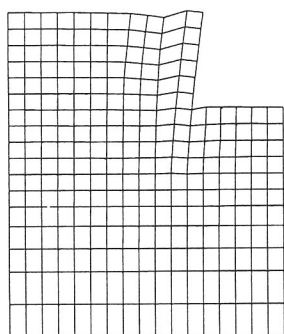


図-10 最終変形図

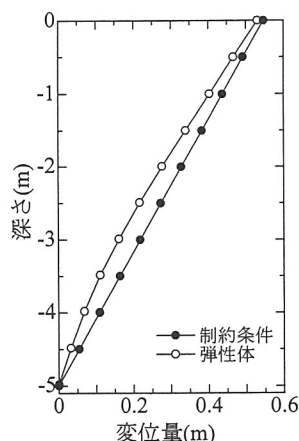


図-11 土留め壁変位図

な変形を示し、地盤変形は他の場合に比べて小さくなっている。また、①制約条件を用いて線で表現された土留めは、④幅10cmの弾性体の場合と同様な変形を示している。しかし、幅1.3cmの⑤弾性体の方が①制約条件と同じ変形を示すものと考えられるが、弾性体の要素幅が小さくなったことと、そのため弾性係数が大きくなり計算機内部での桁落ちが生じたために、変形が若干大きくなったと考えられる。

また、最終の曲げモーメント分布を図-9に示す。曲げモーメントは、①を除けばほぼ同様な分布を示しているが、曲げモーメントの大きさは①制約条件<③、④、⑤各弾性体<②制約条件となっていて、制約条件が最小値と最大値を押さえていることがわかる。変形が大きくなると、弾性体と制約条件とでは差が生じ、部材の幅を考慮する必要があることがわかる。

図-8をみてもわかるように、変形は大きい土留め壁はたわんでいない。そこで、次節では壁がたわむような場合について検討する。

3.4 地盤改良体一根入れ2mの場合

幅50cm、弾性係数 $1.0 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ の地盤改良体を土留め壁とし、同様な掘削計算を行った。その変形図と土留めの変位図をそれぞれ図-10、図-11に示す（前述の①制約条件の場合も併記している）。また、そのときの曲げモーメント分布を図-12に示す。地盤改良体の場合、剛性(EI)は鋼矢板に比べて20分の1程度小さく、土留め壁はたわんでいるが、曲げモーメントは前節の鋼矢板の場合とほぼ等しくなっている。これは、掘削量が同じため剛性にかかわらず曲げモーメントが同様の値を示すためと考えられる。

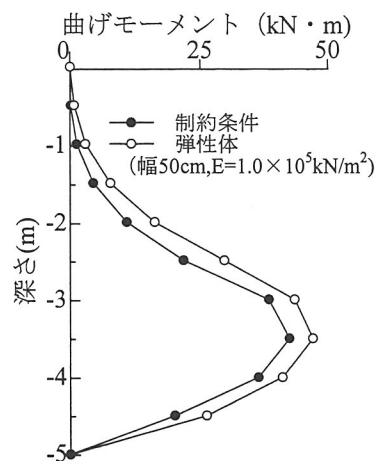


図-12 曲げモーメント分布

4. おわりに

土中に設置される補強部材は、計算条件によっては、制約条件が地盤および部材の設計に充分適用可能な場合もある。しかし、部材の幅を考慮する必要がある場合には、剛性も考慮できる弾性体などの有限要素を適切にモデル化することが必要である。なお、弾性体の剛性をきわめて大きくして制約条件を表現した場合には計算不能となることもわかった。

最後に、論文作成に当たり、貴重なご助言を頂いた名古屋大学浅岡顕教授、野田利弘助教授に対し、感謝の意を表します。

[参考文献]

- 1) Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K.: Displacement/Traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, Soils and Foundations, Vol.38, No.4, pp.173-181, 1998.
- 2) 浅岡顕・高稲敏浩：各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計－地盤改良と土質力学（その1）、土と基礎、Vol.47、No.1、Ser.No.492、1999.

- 3) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1987.
- 4) 小高猛司・高稲敏浩・浅岡顕：矢板に支持された飽和砂質地盤の浸透破壊および掘削安定、土木学会論文集、No.596/III-43、pp.143-152、1998.
- 5) 野田利弘・高稲敏浩・浅岡顕：水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析、土木学会論文集、No.617/III-46、pp.125-138、1999.
- 6) 山田英司・高稲敏浩・水野和憲・大野雅幸・野田利弘：パイルド・ラフト基礎が設置された地盤の水～土連成弾塑性解析、土木学会論文集、No.659/III-52、pp.113-128、2000.
- 7) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, Int. J. of Solids and Structures, Vol.25, pp. 917-945, 1989.