

12. 下負荷面カムクレイモデルを用いた過圧密土の進行性破壊の解析

高稲 敏浩

要 旨

過圧密地盤の掘削後に起こる進行性破壊を水～土連成有限変形計算を用いて、そのメカニズムについて調べる。構成式には、過圧密土の挙動が表現可能な下負荷面カムクレイモデルを用いている。その結果、地盤はせん断ひずみが卓越してくる付近の土エレメントの間隙水圧が排水、吸水を繰り返す、その付近の土が正規粘土化して、吸水軟化しながら破壊が進行し、掘削地盤は滑っては止まりを繰り返しながら変形が進行することがわかった。

キーワード

カムクレイモデル／進行性破壊／水～土連成解析／下負荷面

目 次

1. はじめに
2. 水～土連成有限変形解析
3. 下負荷面カムクレイモデル
4. 掘削壁面の進行性破壊
5. おわりに

12. PROGRESSIVE FAILURE OF OVERCONSOLIDATED SOILS EMPLOYED CAM-CLAY MODEL WITH SUB-LOADING SURFACE

Toshihiro Takaine

Abstract

Delayed failure of lightly/heavily overconsolidated soil due to swelling has been investigated through the soil-water coupled finite deformation computation. Here, the failure after excavation in an overconsolidated clayey ground is simulated under plane strain conditions.

In the example, the ground exhibited progressive failure with fluctuating deformation rates under constant loading. This progression of failure is attributed to softening due to swelling of the soil itself in the localized area and pore water inflow at varying rates to the soil elements in the zone.

1. はじめに

地盤の破壊が時間の経過とともに進行するような現象は進行性破壊とよばれているが、このような進行性破壊は、地滑り、地震後における砂地盤の液状化など、いくつも事例が知られている。

土に対して載荷が非常に急速で非排水的に行われたとする。土塊には体積変化がないから弾性圧縮と塑性膨張が均衡し、このため高い有効拘束圧を発生して、表向きは相当な大荷重に耐えることになる。しかし、そのあと放置して土中の水の移動を許していると、局部的には塑性膨張がより進展して、その領域はやがて軟化域に入ってしまうことがある。そうすれば軟化した領域での荷重分担は減少するから、破壊は近隣の他の領域に移動ないし拡大してゆくことになる。間隙水の移動には、十分に時間がかかることから、土塊全体のせん断変形は「滑っては止まり、また滑っては止まり」を繰り返しながら時間の経過とともに進行する様子を示す。ここで一時「止まる」というのは、土の膨張に必要な水の供給がすぐには追いつかないためだけであって、そこに水が到着するとやがてまた動き始める。

土骨格がせん断される場合には、かならず塑性体積変化を伴って変形が進む。「土」が膨らんで水を吸うと、「土」は軟らかくなることは容易に想像できるが、本研究で扱う「過圧密粘土」や「密な砂」は、塑性膨張しながらも硬化（降伏面の拡大）が可能な点に特徴があり、このような土では、塑性膨張に伴う軟化は塑性変形がかなり進展したあとに始まる。また、水で飽和した土の体積変化には間隙水の出入りが必要である。間隙水の移動はダルシー則に従うので、土のせん断変形の進展は一般に、その土要素周辺での全水頭分布に依存する「非局所的性質」を示す。つまり、飽和土の変形・破壊問題は、水～土連成の境界値問題を解いてはじめてリアリズムを獲得することになる。

そこで、本研究ではまず、有限変形（大変形）理論に基づく水～土連成変形解析（水～土連成有限変形解析）について述べた後、過圧密土の挙動が表現可能な弾塑性構成式である下負荷面カムクレイモデルについて述べる。もちろん構成式も有限変形解析用に記述する。次に、上述したような進行性破壊の現象を構成式に下負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成有限変形解析により、その簡単な数値事例を示す。

2. 水～土連成有限変形解析

2.1 力のつり合い式

増分型の構成式を用いる場合、力のつり合い式を速度型で与える。すなわち、現時刻（ $t=t$ ）における飽和土の任意の領域 に対し、自重（物体力）を考慮して次式で表す。

$$(\int_V \text{div} T dv) + (\int_V \rho b dv) = 0 \quad (1)$$

ここに、 T はコーシー（全）応力テンソル、 ρ は土の密度、 b は重力作用方向に重力加速度の大きさ g を持つベクトルである。また、上付き “ $\cdot$ ” は物質時間微分を示す。この式の ρ は、土骨格の間隙率 n 、土粒子の密度 ρ_s および水の密度 ρ_w を用いると、

$$\rho = \rho_s(1-n) + \rho_w n \quad (2)$$

表されるが、ここで、 ρ_s と ρ_w は均質でまた時間的に一定であるとすると、矢富ら¹⁾の表記に従い、式(1)は次式の形で与えられる。

$$\int_V \text{div} \dot{S}_t dv + \rho_w (\int_V \text{tr} D dv) b = 0 \quad (3)$$

ここに、式(3)の第2項は、土要素に単位時間当たりに入出入りする水の移動量に等しい。また、 $\dot{S}_t$ は次式で表される公称応力速度テンソルである¹⁾。

$$\dot{S}_t = \dot{T} + (\text{tr} D) T - T L^T \quad (4)$$

ここに、 L は速度勾配テンソルで、 D は L の対称成分（ $(L+L^T)/2$ 、上付き記号 “ T ” は転置を示す）であるストレッチングテンソルである。

2.2 有効応力原理

全応力 T を土骨格が受けもつ応力（有効応力）と間隙水圧に分ける。

$$T = T' - u I \quad (5)$$

ここに、 T' は有効応力テンソル、 u は間隙水圧、 I は単位テンソルである。ここで、 T と T' は引張を正とし、 u は圧縮を正とする。

2.3 土骨格の構成式

土骨格の構成式として、客観性のある有効応力速度 $\dot{T}'$ と D の間に線形関係を仮定し、次式で与える

$$\dot{T}' = \varepsilon [D] \quad (6)$$

本論文では、 $\dot{T}'$ に次式で表される Green-Naghdi²⁾

の有効応力速度³⁾を用いる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}', \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{R}$ は土骨格の変形勾配 $\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$ を極分解して得られる回転テンソルである。なお、 $\mathbf{X}$ と $\mathbf{x}$ は土骨格の物質点 $\mathbf{X}$ の初期時刻 ($t=0$) および現時刻 ($t=t$) の位置ベクトルである。

2.4 適合条件式

本来は $\mathbf{D}$ の6つの成分に課せられる条件であるが、ここでは、速度勾配テンソル $\mathbf{L}$ の定義のみを示す。

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{v}$ は土骨格の物質点 $\mathbf{X}$ の速度ベクトルである。

2.5 水～土連成式

式(5)により場の未知数が一つ増えるが、次の2式を連立させてこれを補う。

(1) 水～土骨格2相系の連続条件式

間隙水の非圧縮性を仮定し、毎時の土骨格の圧縮・膨張量は、毎時の土に出入りする水の量に等しいとして連続式を次式で与える。

$$\left(\int_V dV \right) = \left(\int_V \text{tr} \mathbf{D} dV \right) - \int_a \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} da \quad (9)$$

ここに、 $\mathbf{v}'$ は平均的な水の流速ベクトルで、 $\mathbf{n}$ は境界 da ($a = \partial V$) に立てた外向き単位法線ベクトルである。なお、“ $\cdot$ ”は内積を示す。

(2) ダルシー則

平均的な水の流速ベクトル $\mathbf{v}'$ は、ダルシー則により決まる。

$$\mathbf{v}' = -k \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = -k \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (10)$$

ここに、 k は透水係数で一定のスカラーとしている。また、 h は全水頭、 z は位置水頭、 u/γ_w は水圧水頭で、 $\gamma_w (= \rho_w g)$ は水の単位体積重量である。

2.6 境界条件

水～土連成系では、対象とする物体(土塊)の境界 ∂V に対して2種類の境界条件を与える。一つは、境界 ∂V を土骨格の速度境界 Γv と表面力境界 Γt に分けて与える ($\Gamma v + \Gamma t = \partial V$)。

一般に、表面力ベクトル $\mathbf{t}$ が与えられたとき、 Γt で

の境界条件として

$$\dot{\mathbf{s}}_t da = (\dot{\mathbf{t}} da) = \dot{\mathbf{t}} da + (\text{tr} \mathbf{D} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}) t da \quad (11)$$

が成り立ち、 $\dot{\mathbf{s}}_t$ は公称応力速度ベクトル¹⁾と呼ばれる。今、この Γt で表面力 $\mathbf{t}$ を、

$$\mathbf{t} = c \mathbf{n} \quad (12)$$

で与え、地表面上を時間とともに変動する(ある基準面からの)水面高さ $H = H(t)$ と地表面までの高さ $\mathbf{z}_s$ を用いて、スカラー c を、静水圧 $-\gamma_w(H - \mathbf{z}_s)$ で(時間の関数として)与えるときは、 $\dot{\mathbf{s}}_t$ を次式に変形しておく。

$$\dot{\mathbf{s}}_t da = \dot{c} n da + c \{ (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{I} - \mathbf{L}^T \} \mathbf{n} da \quad (13)$$

他の一つは、水に関する境界条件で、境界 ∂v を流量境界 $\Gamma q'$ と水圧(あるいは水頭)境界 Γv に分ける ($\Gamma q' + \Gamma v = \partial v$)。例えば、非排水境界であれば、流量 $q' = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} = 0$ on $\Gamma q'$ を与える。また、境界を水圧 $\bar{u}$ で与えるならば、 $u = \bar{u}$ on Γu となり、さらにすぐ上で述べたような浸透問題を考える場合は、 $\bar{u}$ が $\gamma_w(H - \mathbf{z}_s)$ になる。

2.6 有限要素法の適用^{4), 5), 6), 7)}

有限要素法を適用するために、有効応力原理(式(5))、客観性のある有効応力速度(式(7))および適合条件(式(8))を考慮しつつ、速度型の力のつり合い式(式(3))の弱形式化を行うと、次式が得られる。

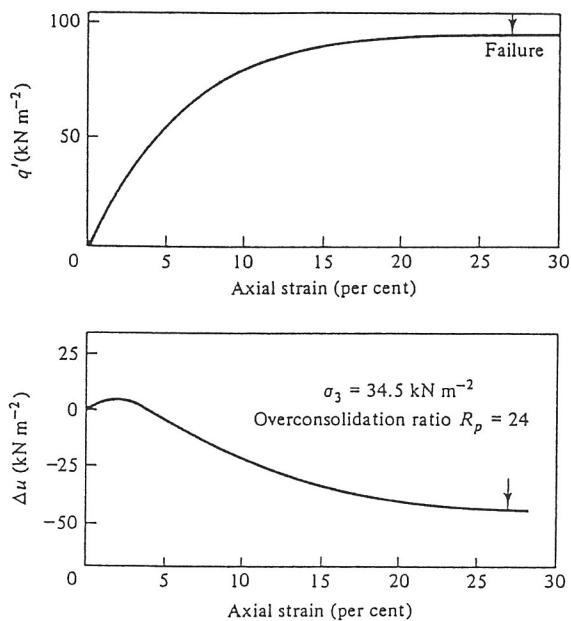
$$\int_V \left\{ \dot{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T}' \cdot \delta \mathbf{L} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L} - \rho_w (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} \right\} dV - \int_V \dot{\mathbf{u}} (\text{tr} \mathbf{D}) dV = \int_V \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} da - \int_V (\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D} dV \quad (14)$$

ここに、 δv 、 $\delta \mathbf{L}$ および $\delta \mathbf{D}$ は、それぞれ仮想的な速度ベクトル、それから得られ適合条件を満足する仮想的な速度勾配ベクトルおよびストレッチングテンソルである。式(14)左辺の積分第1項から土骨格の接線剛性マトリクスが得られる。下線部が接線剛性マトリクスに形状変化が影響を及ぼす項で、二重下線部が重力による影響を示す。さらに、式(14)右辺の積分第2項は速度 v について線形に書き表すことができないスピンボールド(式(7))を含んでいるため、この項を等価な節点力として繰り返し計算を行った。また、式(14)右辺の積分第1項は、式(13)を用いて次式で与えた。

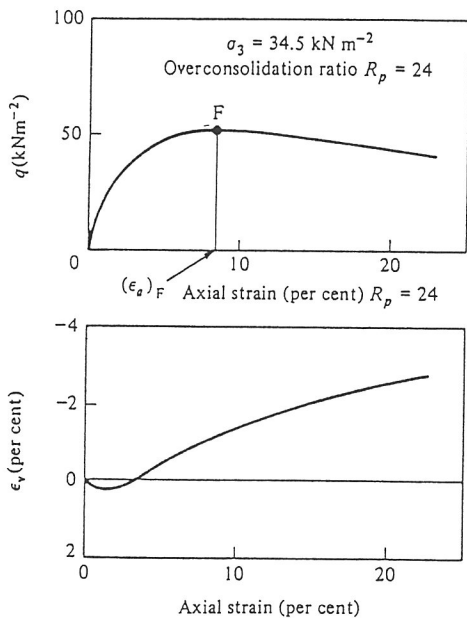
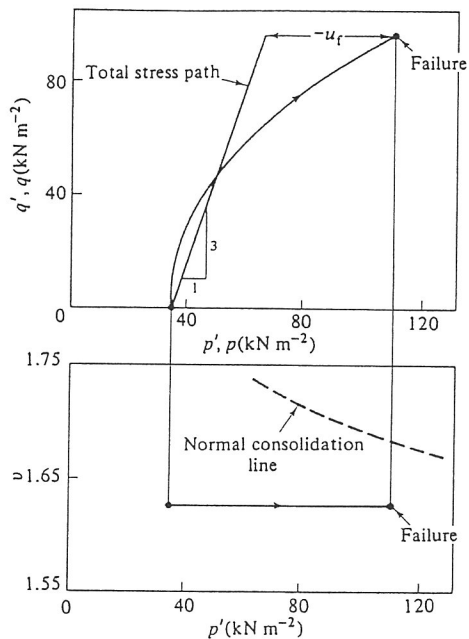
$$\int_V \dot{s}_i \cdot \delta v da = \int_V \delta v [\dot{\epsilon} n da + c \{ (\text{tr} D) I - L^T \} n] da \quad (15)$$

式(14)から得られる式と連成させる水～土連成式は、間隙水圧（あるいは全水頭）を要素中心に代表さ

せるChristian⁸⁾あるいは田村⁹⁾による物理モデルを用いた。



(a) 非排水試験



(b) 排水試験

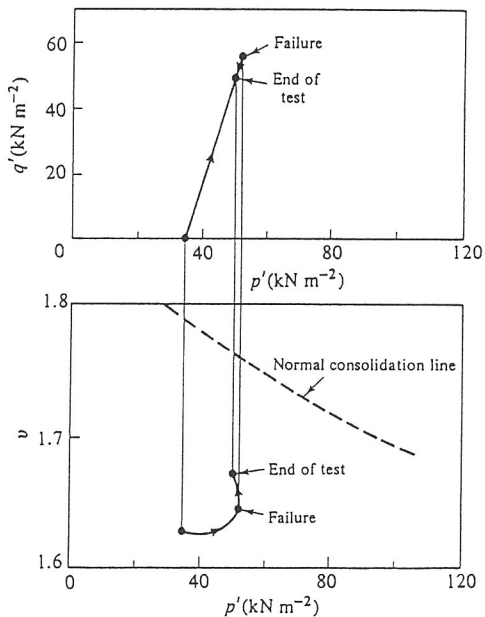


図-1 超過圧密粘土 3 軸試験結果¹¹⁾

3. 下負荷面カムクレイモデル⁶⁾

3章では「下負荷面概念」をオリジナルカムクレイモデルに適用したモデル（下負荷面カムクレイモデル⁶⁾）の有限変形場における定式化とその特徴を示す。

図-1¹⁰⁾は3軸供試体を用いてBishopとHenkel¹¹⁾が行った超過圧密粘土の非排水および排水試験の有名な結果である。この結果が示すように、超過圧密土の挙動の特徴は、以下の2点である。

- (a) 非排水試験の場合、有効応力経路が限界状態線の上側を限界状態線に沿って動き、過剰間隙水圧が正から負に転じる。
- (b) 排水試験の場合、軸ひずみ～せん断応力関係でせん断応力にピークが見られ、体積変化の負のピークはせん断応力のピークより早く現れる。すなわち、過圧密粘土は体積膨張しながらも硬化する。

こうした挙動は、オリジナルカムクレイモデル^{10), 12)}では、うまく表現できない。すなわち、オリジナルカムクレイモデルにおける重大な欠点は、応力が降伏面内部に存在するとき、弾性変形のみで塑性変形が生じないことである。実際は応力点が降伏面に達する随分手前の超過圧密な応力状態にあっても塑性変形が生じるが、オリジナルのカムクレイでは純弾性挙動しか示さない。

このような古典塑性論（Druckerが称した¹³⁾）ではなく、橋口・上野¹⁴⁾や橋口¹⁵⁾は、古典塑性論で定義される降伏面（正規降伏面）内部に応力状態があっても負荷状態にあるとき塑性変形が生じることができる（下負荷状態）ものとし、この正規降伏面内部に、現応力点を通る別の負荷面を持つモデルを提案した。この考え方は「下負荷面概念」として非古典塑性論において知られるが、これをオリジナルカムクレイモデルに適用するとき、先ほど述べた室内試験で観察されるような過圧密粘土の複雑な力学挙動を、特に、限界状態線の上側での硬化／軟化挙動をうまく説明する。

3.1 オリジナルカムクレイの降伏関数

ここでは、次節で下負荷面カムクレイの構成式を誘導するために、その基礎となるオリジナルカムクレイモデルの降伏関数を簡潔に述べる。

はじめに、ストレッチング D は、次式で示すように、弾性成分 D^e と塑性成分 D^p に分解できるものと仮定する。

$$D = D^e + D^p \quad (16)$$

すると、初期時刻（時刻 $t=0$ ）から現時刻（ $t=t$ ）までの単位体積当たりの体積変化量は次式で与えられる。

$$\int_0^t J \text{tr} D d\tau = \int_0^t J \text{tr} D^e d\tau + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau \quad (17)$$

ここに、

$$J = \det F = \frac{1+e}{1+e_0} \quad (18)$$

であり、 $1+e$ と $1+e_0$ はそれぞれ現時刻（ $t=t$ ）と初期時刻（ $t=0$ ）における比体積を示す。

今、材料定数 $\tilde{K}$ を用いて、式（17）の右辺第1項を「弾性成分」であるので、途中の有効応力経路に依存しない形で、次式で与えることにする。

$$\int_0^t J \text{tr} D^e d\tau = -\frac{\tilde{K}}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (19)$$

ここに、 p' は現時刻（ $t=t$ ）の平均有効応力 $-\text{tr} T' / 3$ を表し、 p'_0 は初期時刻（ $t=0$ ）での値を示す。ここで、式（19）の物質時間微分をとると、

$$\text{tr} D^e = -\frac{\tilde{K}}{1+e} \frac{\dot{p}'}{p'} \quad (20)$$

となるので、 $\tilde{K}$ はいわゆる膨潤指数である。さらに、この土骨格の弾性変形に対し、非線形等方フック則を仮定すると、

$$\dot{T}' = E D^e = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr} D^e) I + 2 \tilde{G} D^e \quad (21)$$

が式（20）から唯一に決まる。この式で E は弾性係数テンソルで

$$\tilde{K} = \frac{J(1+e_0)}{\tilde{K}} p', \quad \tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{K} \quad (22)$$

はそれぞれ、非線形体積弾性係数ならびにせん断弾性係数を、 ν はポアソン比を示す。

Henkel¹⁶⁾の実験に従えば、土骨格の体積変化は途中の有効応力経路によらず、初期時刻と現時刻の有効応力状態のみで決定される。また、この体積変化量は、等方圧縮による成分とダイラタンシーによる成分の和で記述できる¹⁷⁾。すなわち、

$$\int_0^t J \text{tr} D d\tau = -\frac{\tilde{\lambda}}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} - \frac{\tilde{\lambda}-\tilde{\kappa}}{M(1+e_0)} \frac{q}{p'} \quad (23)$$

である。ここに、 q は一般化された偏差応力であり、次式で表される。

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} S \cdot S}, \quad S = T' + p'I \quad (24)$$

式 (23) の $\tilde{\lambda}$ は圧縮指数で

$$D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1+e_0)} \quad (25)$$

は、いわゆる「ダイラタンシー係数」^{[17), [18)]} であり、 M は限界状態定数である。

式 (19) の $\int_0^t J \text{tr} D^e d\tau$ は途中の応力経路には依存しなかったで、式 (23) から式 (19) を引き算すると、式 (17) の右辺第2項も応力経路に依存しない次の形で決定される。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau \\ &= MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、塑性論に従えば、式 (26) の F が降伏関数であり、 $\int_0^t J \text{tr} D^p d\tau$ が硬化・軟化の塑性履歴を表すパラメータと解釈できる。この式 (26) がオリジナルカムクレイモデルの降伏関数である。ただし、 J は弾性・塑性の両成分をもつので、 $\int_0^t J \text{tr} D^p d\tau$ は塑性体積ひずみの近似にすぎないことに注意しておく。

3.2 下負荷面カムクレイモデル⁶⁾

ここで用いる橋口による初期「下負荷面モデル」では、相似中心を $p' - q$ 応力空間の原点にとって、前節のオリジナルカムクレイで説明した正規降伏面とその内側にある下負荷面の二つの相似な降伏面を考える (図-2)。下負荷面は負荷時だけでなく除荷時でも常に現応力点 (p', q) を通る。応力点 (p'^*, q^*) は、図-2 に示すように、正規降伏面にとる。二つの降伏面は、大きくなったり、小さくなったりするが、二つが一致したときには正規降伏面だけの正規圧密粘土になり、オリジナルのカムクレイと同じ挙動を示す。応

力状態が弾性応答を伴って降伏面内部に移動するときは、すなわち、除荷時には、下負荷面のみが小さくなり、過圧密土になる。再び正規降伏面内部で負荷 (弾

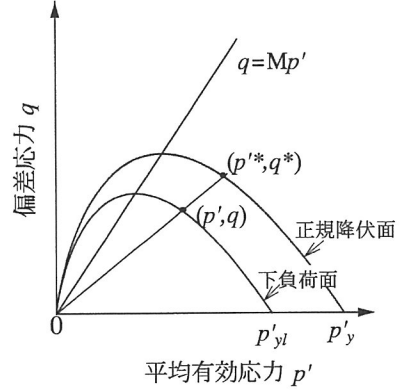


図-2 下負荷面カムクレイモデル

塑性状態) にあるとき、土は下負荷面に従う弾塑性挙動を示す。

今、二つの降伏面を式示すれば、

$$MD \ln \frac{p'^*}{p'_y} + D \frac{q^*}{p'^*} = 0 \quad (\text{正規降伏面}) \quad (27)$$

$$MD \ln \frac{p'}{p'_{yl}} + D \frac{q}{p'} = 0 \quad (\text{下負荷面}) \quad (28)$$

図-2 を参照して、二つの負荷面は相似なので、

$$\frac{p'_y}{p'_{yl}} = \frac{p'^*}{p'} = \frac{q^*}{q} \quad (29)$$

の関係がある。ここで、 $p' = p'_0$ で $q = 0$ を塑性体積変化を測る初期状態 ($t = 0$) にとると、

$$-\int_0^t J \text{tr} D^p d\tau = MD \ln \frac{p'_y}{p'_0} \quad (30)$$

であるが、式 (29) と式 (30) を式 (27) と式 (28) に使って、二つの降伏関数はそれぞれ

$$\begin{aligned} F^* &= f(q^*, p'^*, p'_0) + \int_0^t J \text{tr} D^p dv \\ &= MD \ln \frac{p'^*}{p'_0} + D \frac{q^*}{p'^*} + \int_0^t J \text{tr} D^p dv = 0 \end{aligned} \quad (\text{正規降伏面}) \quad (31)$$

$$\begin{aligned}
F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t J \text{tr} \dot{D}^p d\tau - MD \ln \bar{R} \\
&= MD \ln \frac{p'^*}{p'_0} + D \frac{q^*}{p'^*} - \left(\int_0^t J \text{tr} \dot{D}^p d\tau + MD \ln \bar{R} \right) = 0
\end{aligned}$$

(下負荷面) (32)

のように得られる。ここに、

$$\bar{R} = \frac{p'_y}{p'_x} \quad (33)$$

は、二つの降伏面の相似率（最大値が1）で過圧密比の逆数に相当する。式(31)と式(32)の下線部が、硬化・軟化の塑性履歴を表すパラメータになる。

3.3 $\bar{R}$ の発展則

今、現応力点が下負荷面上にあるものとし、下負荷面に弾塑性諸法則を適用する。関連流れ則は、

$$\dot{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (\lambda > 0) \quad (34)$$

このとき、プラガーの適応条件のために式(32)の物質時間微分をとると、

$$\dot{F} = \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' + J \text{tr} \dot{D}^p - MD \frac{\dot{\bar{R}}}{\bar{R}} = 0 \quad (35)$$

であるので、このとき、変数 $\bar{R}$ の発展則^{(14), (15)} がある。すでに述べたように

$$0 < \bar{R} \leq 1 \quad (36)$$

であるが、この他に過圧密粘土を負荷すれば必ずいつかは正規圧密粘土に戻るという基準を導入する。すなわち、

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{R}} &> 0 \quad \text{when } D^p \neq 0 \\
D^p &\neq 0 \quad \text{when } \dot{\bar{R}} > 0
\end{aligned} \quad (37)$$

しかし、後述するように、この仮定によって負荷時にはいつも下負荷面が大きくなるというわけではない。

今、橋口に従い、式(37)の条件を満足する最も簡単な $\bar{R}$ の発展則は、

$$\dot{\bar{R}} = U \left\| \dot{D}^p \right\| \quad \text{when } D^p \neq 0 \quad (38)$$

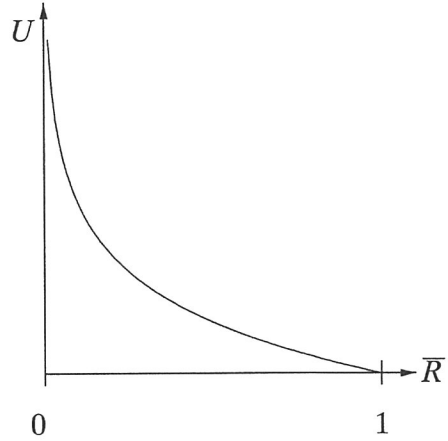


図-3 $\bar{R}$ と U の関係

と書けばよいが、 U は $\bar{R} = 1$ （正規圧密状態）で $\bar{R}$ がもう増えないようにすればよく、

$$U = -v_2 \ln \bar{R} \quad (>0) \quad (39)$$

がパラメータが少なくスムーズである。なお、式(38)で $\| \cdot \|$ は大きさを、式(39)で v_2 は正の定数パラメータである。この U を図-3示した。

3.4 構成式

塑性乗数 λ は、適応条件式(式(35))に関連流れ則(式(34))と $\bar{R}$ の発展則(式(38))を代入し、

$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' = \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}$ なる関係を使うと、応力速度項で次式が得られる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|}{\bar{R}}} \quad (39)$$

さらに、 $\dot{T}' = ED^e$ (式(21))を考慮すると、 λ はストレッチング項で表され、これを Λ と書くと、

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|}{\bar{R}}} \quad (40)$$

のように得られる。そこで、この式(40)を用いて、過圧密粘土の構成式が次式で書ける。

$$\dot{T}' = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (41)$$

式 (40) からわかるように、 ν_2 の値を大きくしていくと、塑性応答は小さくなり、下負荷面モデルが示す挙動は弾性挙動に近くなる。すなわち、オリジナルカムクレイが示す過圧密挙動に近づく。

3.5 負荷基準

負荷基準 ($\Lambda = \lambda > 0$) には Λ を用いる。関数 f がカムクレイで与えられるとき、如何なる有効応力状態に対しても式 (40) の分母の第 1 項と第 2 項の和を正にすることができる⁴⁾。ここで、正にするパラメータをカムクレイパラメータと呼ぶことにし、このカムクレイパラメータを用いると、式 (40) の分母の第 3 項は非負であるので、式 (40) の分母も常に正とすることができる。したがって、負荷基準は、土の状態が正規圧密も過圧密も区別なく、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0 \quad (42)$$

で与えられる¹⁹⁾。

3.6 過圧密粘土の硬化と軟化

負荷状態は $\lambda > 0$ を用いて調べる。すなわち、式 (41) は、

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') + MD \frac{U}{R} \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|} \quad (43)$$

粘土が正規圧密状態、すなわち、 $\bar{R} = 1$ のとき $U = 0$ なので、式 (43) の分母の第 2 項はゼロになる。したがって、限界状態線 $q = Mp'$ が $q < Mp'$ での硬化

($\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0$) と $q > Mp'$ における軟化 ($\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0$)

の分水嶺となる。

土が下負荷面上 (過圧密状態) にあるときは、すな

わち、 $0 < \bar{R} < 1$ であるので、第 2 項 $MDU \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\| / \bar{R}$

は非負となる。ゆえに、式 (43) の第 1 項が限界状態線よりも上側 ($q > Mp'$) で負に転じて、 λ の分母は正值のままであり続けることができる。したがって、

分子も負荷の間、正值のままでいることができ、すなわち、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0 \quad (44)$$

となって、限界状態線よりも上側で硬化することが可能になる。しかも、負荷中はいつも

$$-J \text{tr} D^P = -\lambda J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} = -\lambda J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') \quad (45)$$

なので、この限界状態線より上側での硬化には必ず塑性膨張が伴う。さらに限界状態線の上側で負荷が続くと、 $\bar{R}$ が発展則にしたがって 1 に近づくため、式 (43) の分母の第 1 項が第 2 項よりも支配的になって分母全体が負になる。このため、式 (43) の分子が負になって、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0 \quad (46)$$

限界状態線の上側で軟化を示すことになる。式 (45) に従えば、この軟化も塑性膨張を伴う。

これらの過圧密粘土の挙動を図-4 に示した。

さらに、 λ の分子は下負荷面の大きさの変化率を与える。ゆえに、硬化のときは限界状態線の下側で下負荷面が拡大し、軟化のときは縮小する。一方、式 (45) と式 (31) からわかるように、負荷状態にあるとき、正規降伏面は、限界状態線の下側では拡大、上側で縮小する。このとき、両負荷面の大きさの比は、式 (38) からわかるように常にお互いに近づきあう。

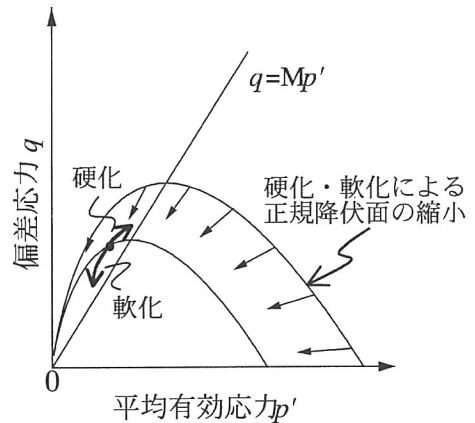
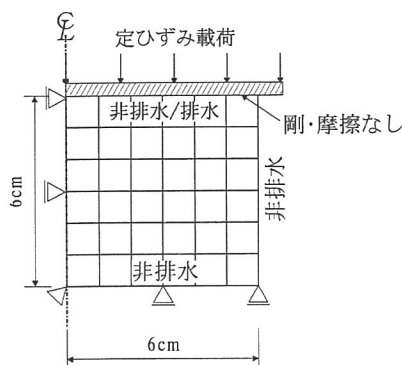


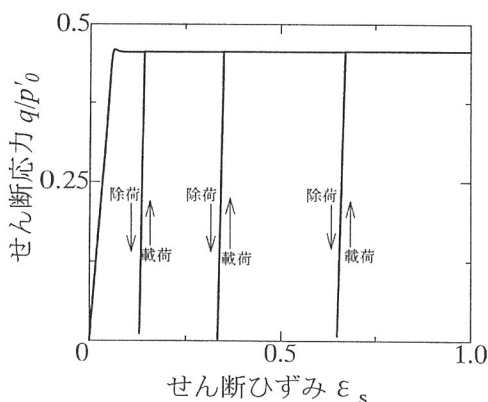
図-4 限界状態線の上側での硬化と軟化



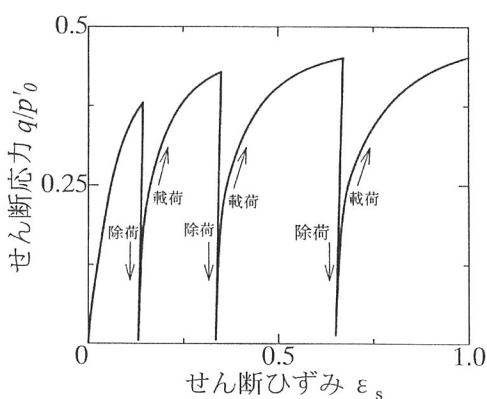
図－5 有限要素メッシュと境界条件

表－1 土質定数

圧縮指数 λ	0.131
膨潤指数 κ	0.016
限界状態定数 M	1.53
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (cm/sec)	3.7×10^{-8}
初期圧密応力 p'_0 (kg/cm ²)	18.0
過圧密比 O.C.R	18.0



(a) オリジナルカムクレイモデル



(b) 下負荷面カムクレイモデル

図－6 載荷・除荷時のせん断応力～せん断ひずみ関係

3.7 オリジナルカムクレイモデルと下負荷面カムクレイモデルの比較

本節では、オリジナルカムクレイモデルと下負荷面カムクレイモデルを用いた計算を行い、これらの構成式の持つ特徴を示す。

図－5 に示す軸対称4分の1断面の有限要素メッシュに非排水および排水条件で一樣変形を与え、土が示す挙動を調べる。計算に用いた材料定数を表－1 に示す。

図－6 は、非排水条件で載荷と除荷を繰り返したときのせん断応力～せん断ひずみ関係であるが、オリジナルカムクレイモデルは応力が降伏面内部に存在する時、弾性変形のみで塑性変形が生じないため、繰り返し載荷されたときに除荷の経路を正確にたどって行き、

不自然なせん断応力～せん断ひずみ関係となっている。一方、下負荷面カムクレイモデルは応力点が降伏面に達する手前の過圧密な応力状態にあっても塑性変形が生じるため滑らかなせん断応力～せん断ひずみ関係図となっていて、下負荷面カムクレイモデルを用いた計算がより実際に近い挙動を示すことがわかる。なお、せん断ひずみは、次式で表せる。

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}} e' \cdot e', e' = e - \frac{1}{3} (\text{tr } e) \mathbf{I}, \quad (47)$$

$$e = \frac{1}{2} \{ \mathbf{I} - (FF^T)^{-1} \}$$

図－7 は、非排水条件におけるオリジナルカムクレ

イモデル、下負荷面カムクレイモデルを構成式とした場合の計算結果を示している。また、図-8は、排水条件における計算結果である。図-1に示したBishop and Henkelの実験と比較すると下負荷面カムクレイモデルを用いた計算がより実際に近い挙動を示し、前述した過圧密土の2つの特徴をうまく表現している。一方、オリジナルカムクレイモデルでは、(a)非排水試験

験の場合、負の過剰間隙水圧は発生するが、応力パスが限界状態線に沿わない。(b)排水試験の場合、せん断応力のピークと体積変化のピークが同時に現れ、実験の挙動と大きく異なっていることがわかる。これは、下負荷面カムクレイモデルが塑性体積が膨張しているときでも硬化するという挙動をうまく再現しているためである。

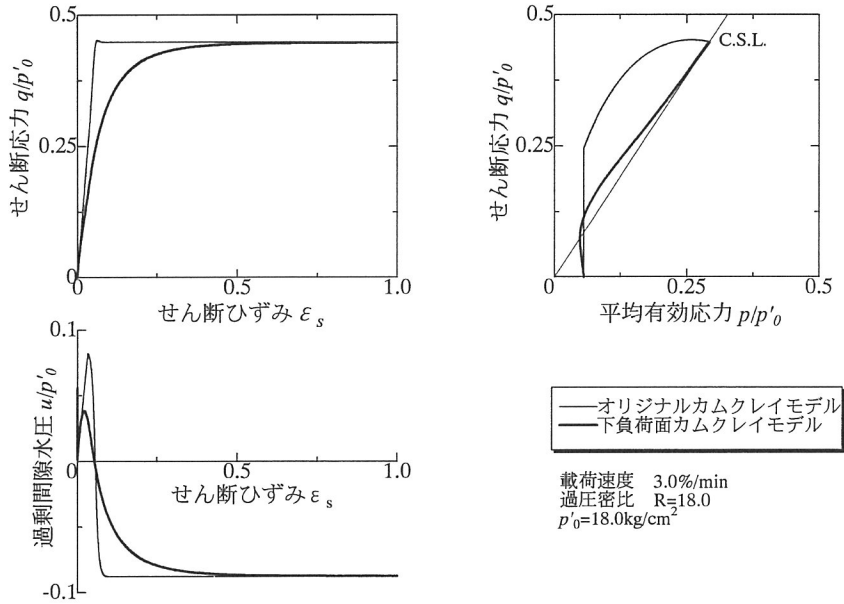


図-7 オリジナルカムクレイモデルと下負荷面カムクレイモデルによる非排水試験計算の比較

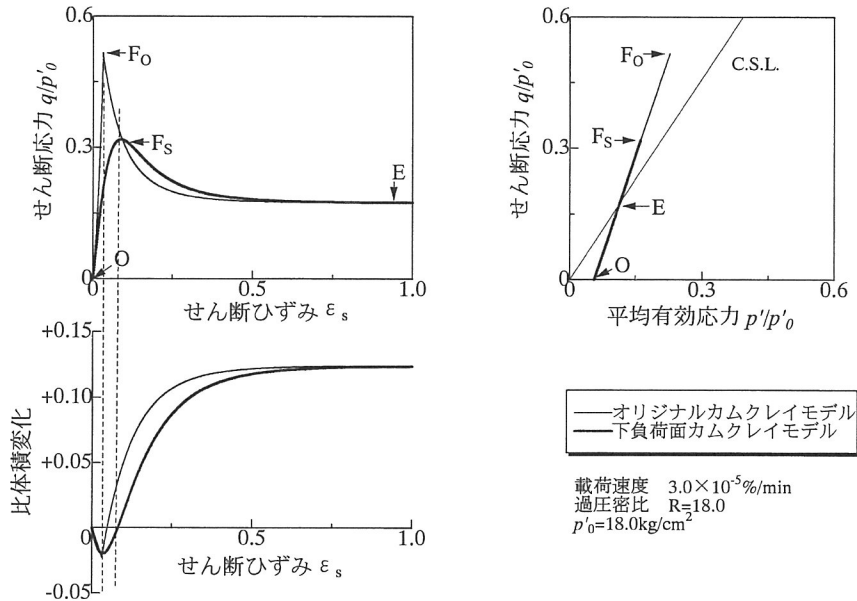


図-8 オリジナルカムクレイモデルと下負荷面カムクレイモデルによる排水試験計算の比較

4. 掘削壁面の進行性破壊

飽和した過圧密な地盤を掘削した場合に、地盤が示す「進行性破壊」について調べる。

4.1 計算条件

金属材料と異なり、飽和土の弾塑性破壊挙動の解析で最も重要な点の一つは、計算に用いる地盤や供試体内部の応力や間隙比等の初期値を決めることである。

本章における計算では、掘削計算を行う前の過圧密地盤の初期条件は、次に示す1次元の弾塑性圧密（水～土連成）計算により作成する。まず、地表面に上載荷重が鉛直に作用して、飽和土が側方に均質な1次元の正規圧密状態にあると仮定すれば、カムクレイパラメーターで定まる K_0 値と自重を用いて、鉛直圧・側方圧などの応力や間隙比の鉛直分布を決めることができる²⁰⁾ので、本論文では、上載荷重30kPaが作用して正規圧密状態にある図-9の飽和土地盤を想定した。この後、この上載荷重すべてを地盤から1次元除荷して圧密計算を行い、過剰水圧が完全に消散した地盤を掘削対象の地盤とした。したがって、地盤は若干であるが、図-9よりも膨らんでいる。計算に用いた材料定数を表-2に示す。

4.2 掘削の計算

掘削過程は、1次元除荷の圧密計算により作成した地盤から掘削領域の当該要素を取り除くことで表した。このとき、水も合わせて土を掘削するものとして、掘削領域境界にあった節点の節点力を静水圧分も含めて求め、この逆向きの節点力を死荷重として地盤側に作

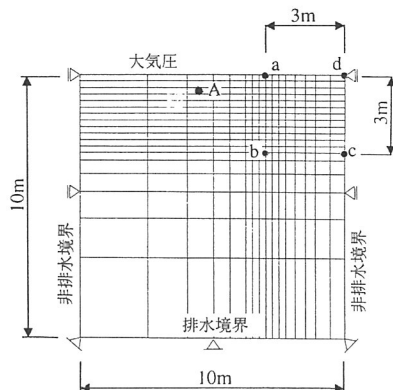


図-9 有限要素メッシュと境界条件

表-2 土質定数

圧縮指数 λ	0.131
膨潤指数 κ	0.016
限界状態定数 M	1.53
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (cm/sec)	3.0×10^{-7}
土の比重 G_s	2.6

用させた。本論文では、図-9の矩形領域abcdを瞬間的に(0.015secで)掘削した。また、掘削に伴って水に関する境界条件も変わるが、掘削過程初期から掘削壁面(辺abと辺bc)は水圧がゼロの境界として与えた。他の境界条件は図-9に示したまま変わらないとした。

4.3 掘削後の「遅れ破壊」

図-10、図-11ならびに図-12にそれぞれ、地盤内部に発生するせん断ひずみ、過圧密比OCRならびに

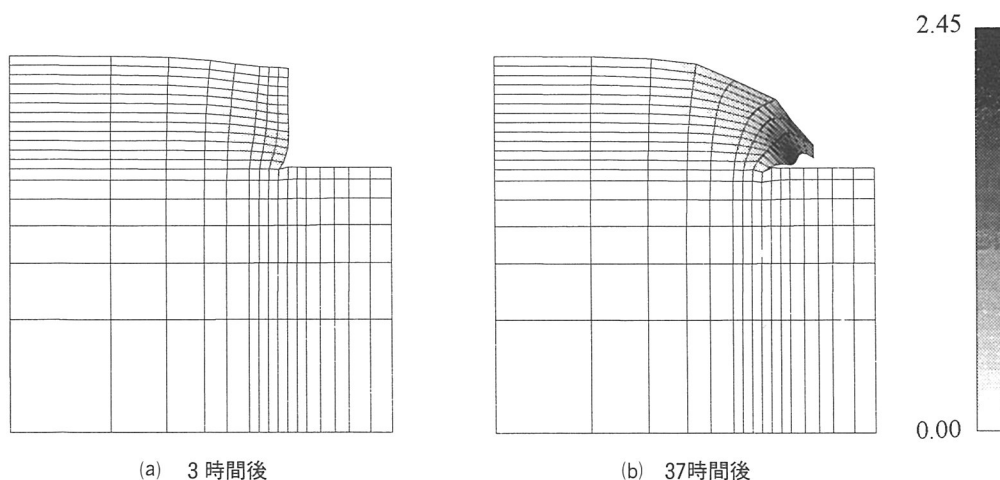


図-10 せん断ひずみ分布の推移

掘削直後からとった比体積変化の分布の時間的推移を示す。これらの図で(a)と(b)は、それぞれ、掘削後3と37時間後のものである。掘削壁面は掘削直後に比較的鉛直に保たれるものの、時間の経過とともに内側にはらみだし、図-10に示すようにせん断ひずみの局所化領域が拡大して最終的に「破壊」に至る。このとき、図-11に示すように、正規圧密領域（OCR = 1）は掘削壁面下部から地表面に向かって次第に広がってゆく。そして、せん断ひずみの局所化領域の発生と進展が正規圧密領域と膨張領域の拡大に対応し、この領域で吸水（図-12）による軟化を伴って次第に破壊に至る。

図-13(a)、(b)は、図中に示す掘削壁面の節点P、Qについて、掘削後からの時間をとって刻々の変位速度の大きさをとったものである。点Pでは単調に挙動するのではなく、変位速度の大きさを増減させながら、すなわち、掘削地盤は滑ってはとまり、滑ってはとまりを繰り返しながら、破壊に至ることが分かる。この速度の大きさの増減は、上記の掘削壁面周辺の体積膨張やせん断ひずみ局所化の進展と密接に関係がある。図-14にせん断ひずみ局所化近傍の土要素（図-9，点A）の挙動を示すが、特に比体積や過剰水圧挙動からその様子を見ることができる。

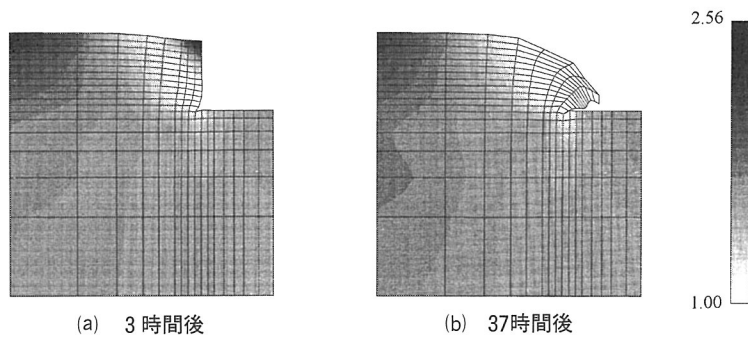


図-11 過圧密比分布の推移

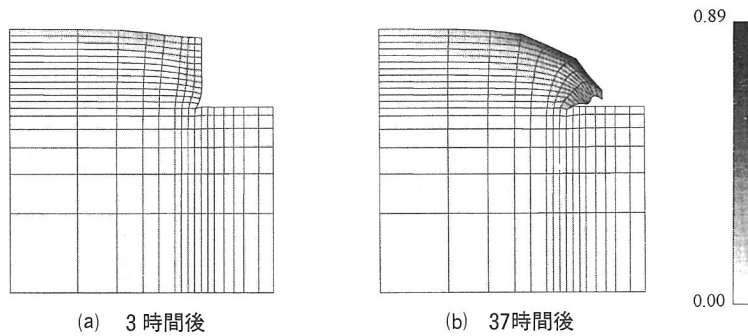


図-12 比体積変化の推移

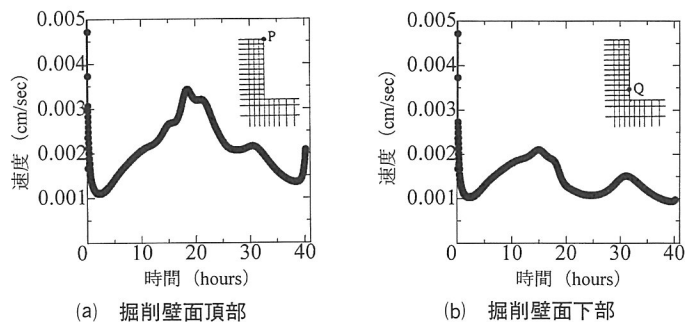


図-13 「滑っては、止まり」の挙動

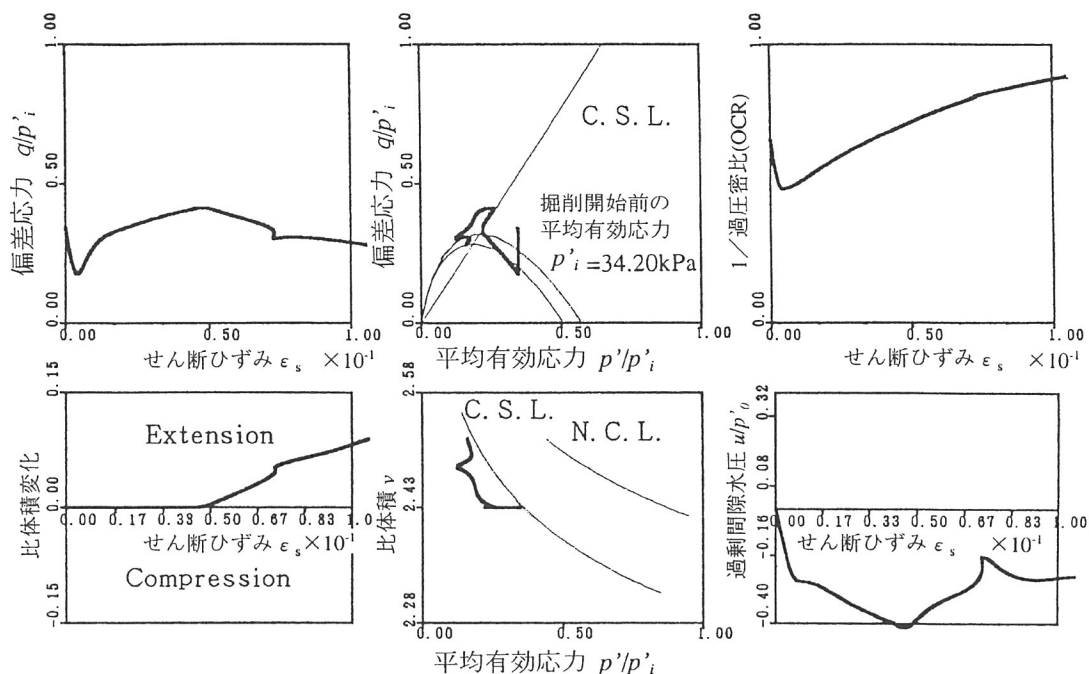


図-14 セン断面付近の土要素の挙動

5. おわりに

土骨格の構成式に下負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成有限変形計算により、飽和した過圧密土地盤の遅れ変形や進行性破壊について調べた。

飽和した過圧密土地盤が破壊に至るときには、せん断ひずみの局所化領域とその近傍において正規圧密土化が進行する。その際、この領域にある土要素は吸水軟化を示すが、この吸水量がダルシー則に時間制御されるため、せん断ひずみの局所化の進行も時間制御され、初期に過圧密土にあった地盤は、载荷・除荷時から遅れを伴った進行性破壊を示すことが明らかになった。

最後に、本報を作成するにあたりご指導賜りました名古屋大学 浅岡顕教授、野田弘助教授に深く感謝の意を表します。

[参考文献]

- 1) Yatomi, C., Yashima, A., Izuka, A. and Sano, I. : General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-

53, 1989.

- 2) Green, A. E. and Naghdi, P.M. : A General theory of elastic-plastic continuum : *Arch. Rat. Mech. Anal.*, Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 3) Dienes, J. K. : On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies, *Acta. Mech.*, Vol.32, pp.217-232, 1979.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. : Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-105, 1994.
- 5) Asaoka, A. and Noda, T. : Imperfection-sensitive bifurcation of Cam-Clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.91-105, 1995.
- 6) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. : Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, 13-28, 1997.
- 7) Asaoka, A., Noda, T. and Fernando,

- G.S.K. : Effects of changes in geometry on the linear elastic consolidation deformation, *Soils and Foundations*, Vol.37, No 1, 29-39, 1997.
- 8) Christian, J. T. and Boehmer, J. W. : Plane strain consolidation by finite elements, *J. of Soil Mech. Found. Div., ASCE*, Vol.96 (SM 4), pp.1435-1457, 1970.
- 9) 赤井浩一・田村武 : 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 10) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968) : Critical State Soil Mechanics, McGraw Hill.
- 11) Bishop, A.W. and Henkel.D.J. : The Triaxial test, Edward Arnold, London, 1962.
- 12) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. : Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, No 1, pp.211-240, 1963.
- 13) Drucker, D. C. : Conventional and unconventional plastic response and representation, *Appl. Mech. Rev. (ASME)*, Vol.41, pp.151-167, 1988.
- 14) Hashiguchi, K. and Ueno, M. : Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, Constitutive Tokyo, JSSMF Equations of Soils, (*Proc. Spec. Session 9th Int. Conf. SMFE*, Murayama, S. and Schofield, A. N. Eds.), E, pp.73-82, 1977.
- 15) Hashiguchi, K. : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945, 1989.
- 16) Henkel, D. J. : The shear strength of saturated remoulded clay, *Proc. of research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils at Boulder, Colorado*, pp.533-540, 1960.
- 17) 太田秀樹 : Analysis of deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, 京都大学学位申請論文, 1971.
- 18) 柴田 徹 : 正規圧密粘土の体積変化について, 京大防災年報, 京都大学, 6号, pp.128-134, 1963.
- 19) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. : *The Finite Element Method*, Vol.2, 4th ed., McGraw-Hill, 1991.
- 20) 野田利弘・高稲敏浩・浅岡 顕 : 水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析, 土木学会論文集, Ⅲ, 登載予定, 1999.