

15. 剛塑性有限要素解析の掘削安定問題への応用

高稲 敏浩

要 旨

土留め工法による砂地盤の掘削安定問題を考える場合、ボイリングと土圧の両面からの検討が必要である。その両者は密接に関連しており、両者を同時に検討することが重要であるが、それらは別々に検討されているのが現状である。

本報告では、剛塑性有限要素法において速度場に「長さ不変」および「角度不変」の線形制約条件を導入することにより、土留め支持の極限つり合い解析を行うと同時に、浸透場との連成によりボイリングの検討も行える手法を示し、浸透場、土留壁および切梁を考慮することで、地盤の安定性にどの程度影響を与えるかについて述べる。

キーワード

有限要素法／掘削／安定解析／砂質土／浸透破壊

目 次

1. はじめに
2. 解析手法
3. 解析事例
4. ま と め

15. APPLICATION OF RIGID PLASTIC FEM ANALYSIS TO THE PROBLEM OF EXCAVATION STABILITY

Toshihiro Takaine

Abstract

When considering the stability of sandy ground during excavation using earth retaining methods, it is necessary to carry out the investigation taking into account both sand boiling and ground pressure. As the two are closely related, it is essential that they be investigated concurrently.

This paper describes how, by the introduction of the linear constraints of “no-length change” “no-angle change” condition into velocity field of rigid plastic FEM analysis, it is possible to analyze the limiting equilibrium of the earth retaining bearing capacity, and by combining the previous field, to simultaneously investigate sand boiling.

1. はじめに

砂質地盤における土留掘削の場合、土圧、ボーリング両面からの安定性の検討が必要である。現状では、この検討を土圧、ボーリング検討を別々に行い、危険側の因子について根入れなどの設計が行われている。また、ボーリングに対する検討は、土留壁は安定しているとの前提で行われている。しかし、土圧とボーリング（浸透力）はそれぞれ密接に関連しているはずであり、同時に議論されるべきものである。そこで、本報告では剛塑性有限要素法を用いてそれらを同時に考慮できる手法について述べ、その手法を掘削安定問題に適用し、地盤の安定性評価に土圧、ボーリング両者を同時に考慮することがどの程度の影響を与えるのかについて述べる。

2. 解析手法

2.1 水—土骨格連成剛塑性FEMによる浸透破壊解析⁽¹⁾

砂質地盤の破壊問題を①排水条件（定常浸透）②非排水条件について考える。ここで、図-1のような地盤のモデルを考え、中央の土留壁をはさんだ左側の水位を上昇させて地盤を破壊に至らしめる問題を考える。排水条件とは、透水係数の大きな地盤に左側の水位をゆっくりと上昇させて载荷する場合に相当し、非排水条件とは透水係数の小さな地盤に左側の水位を急速に上げ载荷する場合にあたる。

具体的な解析手法を簡単に述べる。まず、非排水条件の場合は、地盤の有効土被り圧から初期有効応力を決定し、载荷時の体積一定から推定した破壊時の地盤内強度を用いて安定解析を行う。一方排水条件では、破壊時の有効応力分布すなわち地盤の強度分布を非排水条件のように与えることはできないので、図-2のフロー図に示すように、破壊時の平均有効応力 P_f' を仮に与えて極限つり合い解析を行う。全応力に関する極限つり合い解析の結果、地盤内平均応力分布 P_f と限界荷重（この場合は、限界水位 H_c ）が求まる。この H_c を水圧の境界条件とする定常浸透解析によって間隙水圧 U を求める。ここで有効応力の原理式（1）により

$$P_f' = P_f - U \quad (1)$$

再度 P_f' を仮定して極限解析を行い、 H_c などが収束するまで繰り返す。収束した時点で H_c, P_f', U あるいは、破壊時の変位速度 $\dot{u}$ などが同時に求まる。

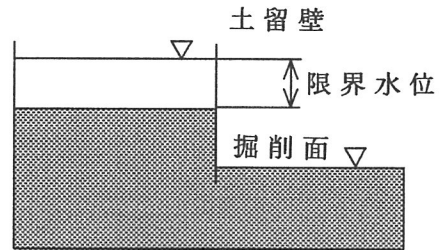


図-1 地盤のモデル図

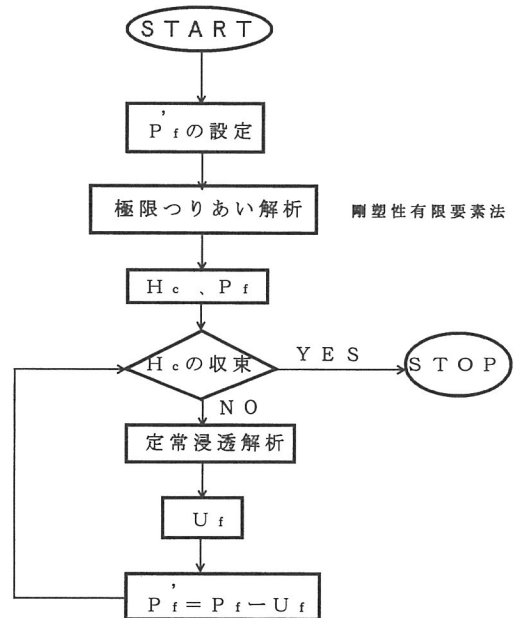


図-2 排水条件での解析フロー図

2.2 土留壁を考慮した剛塑性FEM解析⁽²⁾

次に、剛塑性FEMを用いた本解析手法においての地盤中の土留壁の不動条件および可動条件について考える。

不動条件の場合は、図-3に示すように土留壁は境界条件で処理できる。一方、可動条件の場合は土留壁のつり合いも考慮しなければならない。そのため、従来行われている多くの有限要素法において、土留壁は、要素の剛性を変えたり、ジョイント要素などの特殊要素を用いたりして、リアル(?)に表現されることが多い。しかし、土と剛性の違いが大きいため計算途中での桁落ちを余儀なくされ、また、特殊な要素を用いることで、複雑な境界条件や物性値を考慮しなければならない。そこで、ここでは、次のように考える。すなわち、「土留壁は、それに接する土を拘束するように働き、その拘束力の反力として軸力や曲げモーメントが発生している。」と考える。このように考えることで土留壁は以下に示すような速度場の制約条件で評価できることになる。

①「土は、伸び剛性の大きな材料（土留壁）に沿って長さ不変のまま破壊に至る。」；距離不変条件

②「土は、曲げ剛性が大きな材料（土留壁）に沿って角度不変のまま破壊に至る。」；角度不変条件

以上2つの線形制約条件を導入する。⁽³⁾⁽⁴⁾

また、土留壁を挟んだ両側の地盤の動きを表すために

③「土留壁をはさむ2つの土要素の土留壁に垂直方向の相対位置は不変のまま破壊に至る。」

；相対位置不変条件⁽⁵⁾⁽⁶⁾

上記、制約条件③について説明する。

図-4に示すような土留壁をはさんだ微小な土要素を考える。土留壁に垂直方向の相対位置が変化しないのだから

$$\dot{u}_Y^1 = \dot{u}_Y^2 \quad (2)$$

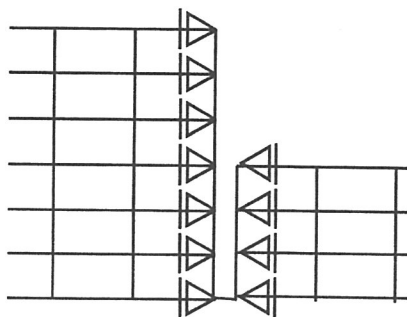


図-3 土留の固定条件

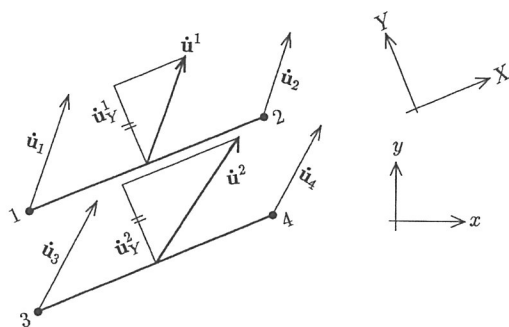


図-4 相対位置不変条件

また、

$$\dot{u}_Y^1 = \dot{u}_x^1 \frac{l_{1y}}{l_1} + \dot{u}_y^1 \frac{l_{1x}}{l_1} \quad (3)$$

$$\dot{u}_Y^2 = \dot{u}_x^2 \frac{l_{2y}}{l_2} + \dot{u}_y^2 \frac{l_{2x}}{l_2} \quad (4)$$

ここで、形状関数 N^1 、 N^2 を用いて、 $\dot{u}^1$ 、 $\dot{u}^2$ をそれぞれ近似すると以下ようになる。

$$\dot{u}^1 = N^1 \dot{u}_1 + N^2 \dot{u}_2 \quad (5)$$

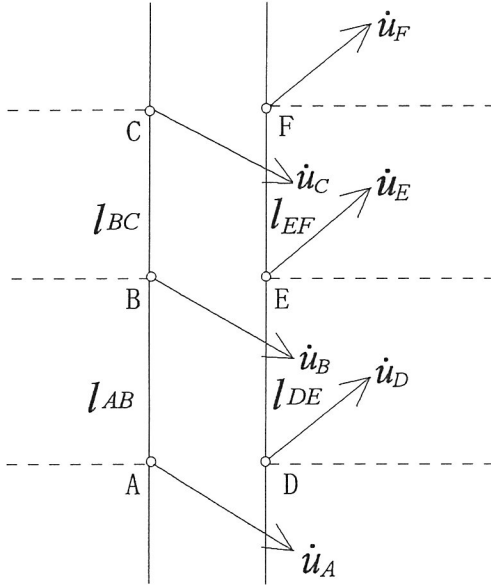
$$\dot{u}^2 = N^1 \dot{u}_3 + N^2 \dot{u}_4 \quad (6)$$

したがって、

$$\begin{aligned} & (N^1 \dot{u}_{1x} + N^2 \dot{u}_{2x}) \frac{l_{1y}}{l_1} + (N^1 \dot{u}_{1y} + N^2 \dot{u}_{2y}) \frac{l_{1x}}{l_1} \\ &= (N^1 \dot{u}_{3x} + N^2 \dot{u}_{4x}) \frac{l_{2y}}{l_1} + (N^1 \dot{u}_{3y} + N^2 \dot{u}_{4y}) \frac{l_{2x}}{l_2} \quad (7) \end{aligned}$$

となり以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} & (N^1 \frac{l_{1y}}{l_1}, N^1 \frac{l_{1x}}{l_1}, N^2 \frac{l_{2y}}{l_2}, N^2 \frac{l_{2x}}{l_2}, \\ & -N^1 \frac{l_{2y}}{l_2}, -N^1 \frac{l_{2x}}{l_2}, -N^2 \frac{l_{2y}}{l_2}, -N^2 \frac{l_{2x}}{l_2}) \\ & \cdot (\dot{u}_{1x}, \dot{u}_{1y}, \dot{u}_{2x}, \dot{u}_{2y}, \dot{u}_{3x}, \dot{u}_{3y}, \dot{u}_{4x}, \dot{u}_{4y})^T = 0 \end{aligned} \quad (8)$$



図－5 線形制約条件

また、具体的に図－5に示す土留壁をはさむ土接点A～Fを考える。たとえば、①AB間で距離不変条件、②ABC間で角度不変条件、③AB面～DE面で相対位置不変条件を設定した時の定式の結果を以下に示す。

① 距離不変条件

$$(0, l_{AB}, 0, -l_{AB}) \cdot (\dot{u}_{Ax}, \dot{u}_{Ay}, \dot{u}_{Bx}, \dot{u}_{By})^T = 0 \quad (9)$$

② 角度不変条件

$$\begin{aligned} & (l_{BC}, 0, -(l_{BC} + l_{AB}), 0, l_{AB}, 0,) \cdot \\ & (\dot{u}_{Ax}, \dot{u}_{Ay}, \dot{u}_{Bx}, \dot{u}_{By}, \dot{u}_{Cx}, \dot{u}_{Cy})^T = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

③ 相対位置不変条件

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{2} l_{AB}, 0, \frac{1}{2} l_{AB}, 0, -\frac{1}{2} l_{DE}, 0, -\frac{1}{2} l_{DE}, 0) \\ & \cdot (\dot{u}_{Ax}, \dot{u}_{Ay}, \dot{u}_{Bx}, \dot{u}_{Cx}, \dot{u}_{Cy}, \dot{u}_{Dx}, \dot{u}_{Dy}, \dot{u}_{Ex}, \\ & \dot{u}_{Ey})^T = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

①～③の線形制約条件を導入した場合、以下の極限つり合い式を得る。

$$\int_V B^T dV + L^T r + C_t^T v + C_b^T \xi + C_v^T \eta - \mu F = 0 \quad (12)$$

C_t、C_b、C_vは、それぞれ制約条件①、②、③に関する節点のみを選び、各制約条件を規定するマトリックスである。また、各制約条件により付加されたLagrangeの未定定数 ν, ξ, η は、それぞれ「距離不変」、「角度不変」、「相対位置不変」の制約条件から発生する「力」である。すなわち、 ν は土要素が伸びようとするのに抵抗する力で軸力に相当する。 ξ は曲がろうとするのに抵抗する力で曲げモーメントに相当する。また、 η は隣り合った土要素が離れようとするのに抵抗する力で土圧に相当する。

以上の解析手法を用いて解析事例を示す。

3. 解析事例

3.1 自立式土留め

ここでは、矢板を不動、可動とする2条件と排水、非排水載荷の2条件の組み合わせで、表－1に示す4種類の解析条件で地盤の安定性に関して比較検討する。

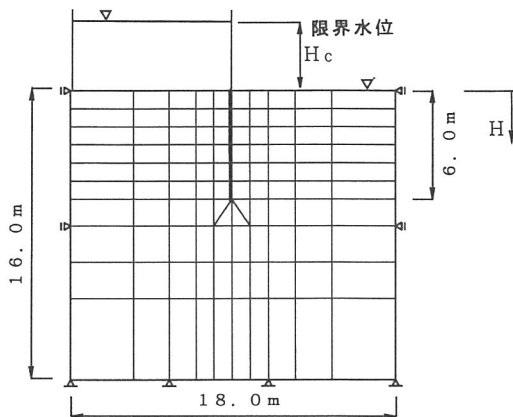
表－1 解析条件

ケース	土留条件	裁荷条件
①	不 動	排水
②		非排水
③	可 動	排水
④		非排水

前述のように不動条件とは、矢板を境界条件で処理したもので（図－3 参照）、また可動条件は制約条件により矢板を評価したもので、自立式土留壁に相当する（図－5 参照）。

（１）水平地盤の場合

解析に用いた有限要素メッシュおよび境界条件を図－6 に示す。土留め壁の長さは、6.0m である。また、地盤は正規状態を仮定できるようなゆるい飽和砂質土とし表－2 に土質定数を示す。表－3 に解析の結果を示す。可動条件での H_c は不動条件での H_c に比べて、排水条件では約 1/2、非排水条件の場合は約 1/5 まで低下している。また、不動条件の場合では、非排水、排水とも H_c に大差ないが、可動の場合非排水は排水条件の約 1/3 となった。



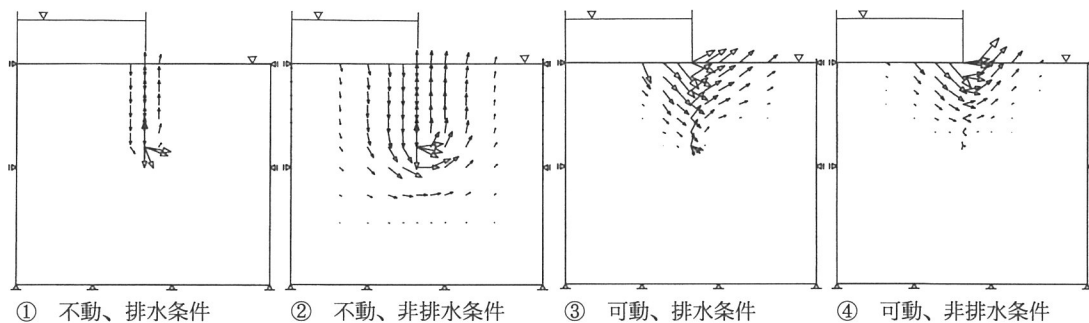
図－6 境界条件

表－2 土質パラメーター

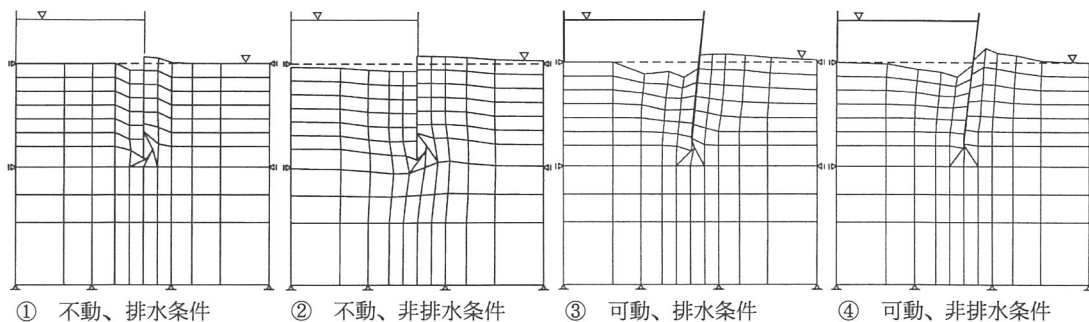
$M = 1.2$	$K_0 = 1.0$
$\lambda = 1.01 \times 10^{-1}$	$\gamma' = 6.77 \text{ KN/m}^3$
$\kappa = 6.44 \times 10^{-3}$	

表 3 水平地盤における限界水位（m）

	1	2	3	4
矢板条件	不	動	可	動
積荷条件	排	水	非排水	排水
限界水位（m）	11.53	10.95	5.80	2.02



図－7 解析条件による破壊時の速度場の違い



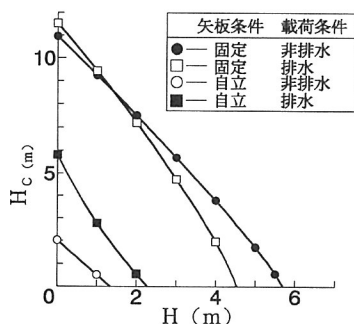
図－8 地盤変形図

図-7にそれぞれのケースにおける破壊時の塑性流れ図を示し、そのときの地盤変形図を図-8に示す。土留壁不動の場合非排水条件で破壊領域が地盤全体にわたるのに対し、排水条件では矢板近傍のみで破壊が発生している。また、土留壁可動の場合は、非排水条件では土留壁をはさんで対称的に破壊するのに対し、排水条件では下流側の破壊領域が大きく現れている。

(2) 掘削地盤の場合

次に掘削地盤を想定した段差地盤の解析を行った。図-6と同様の境界条件を用いるが、掘削深さ H を増すごとに土留め左側のメッシュを減らして解析を行っている。なお、掘削側の水位は、掘削面にあるとしている。図-9は H (m)掘削した場合に、その上流側の水位を上げて行ったときの限界水位 H_c と掘削深さ H との関係を示したものである。この図から、各条件における最大掘削量 H_{max} (m)が外挿的に求まる。すなわち、掘削量 H が増えるごとに限界水位 H_c は小さくなるが、その関係を結んだ曲線が $H_c = 0$ となるときの、つまり上流側水位が地表面と等しくなった場合に、それ以上の掘削は不可能であると判断し、そのときの H が H_{max} となる。

その H_{max} を表-4に示す。不動条件ならば非排水条件のほうが深く掘れるのに対し、可動条件の場合は逆になっていることがわかる。



初期根入れ6 mにおける

図-9 掘削深さ H ～限界水位 H_c 関係

表4 最大掘削深さ H_{max} (m)

	1	2	3	4
矢板条件	不 動		可 動	
载荷条件	排 水	非排水	排水	非排水
H_{max} (m)	4.6	5.7	2.2	1.3

また、ケース1は、ボーリングの検討に用いられるTerzaghiの式と同等な解析条件である。Terzaghiの式により H_{max} を求めると4.55mとなり、ケース1の H_{max} とほぼ一致しており、本解析の妥当性を示しているといえる。

図-10にそれぞれのケースにおける最終掘削段階における破壊時の塑性流れ図を示す。

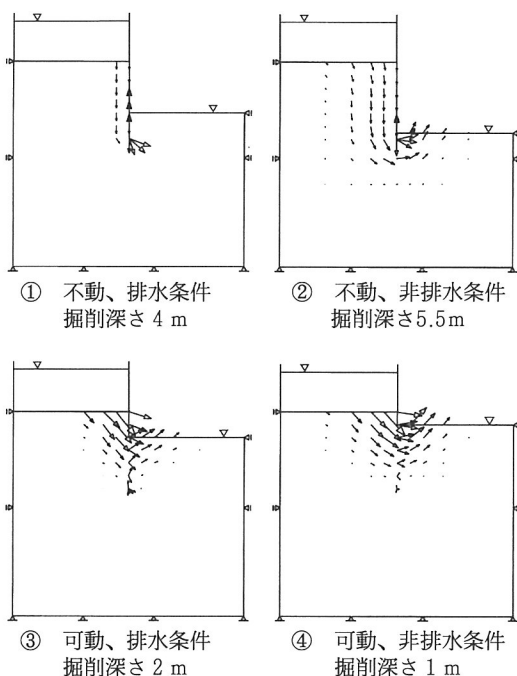


図-10 破壊時の塑性流れ図

また、図-11には排水条件での破壊時有効応力分布を示す。土留壁不動では掘削側の矢板近傍で有効応力がほぼゼロとなり、ボーリングによる破壊であることがわかる。一方、可動条件では土留壁周辺に有効応力の集中が起こっていることから、土留めの安定が失われて破壊に至ったことがわかる。図-12には、非排水条件における破壊時の過剰間隙水圧分布を示す。不動条件では、掘削面に負圧が発生し地盤の安定に寄与している。しかし、可動の場合それがみられず、土留壁が荷重を支えきれないため、土留め背面において過剰水圧は、ほとんど発生していない。

以上、地盤の排水、非排水および土留壁の動きを考慮することで地盤全体の安定性が大きく変わることを示した。

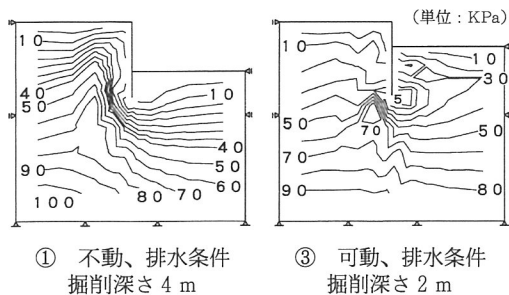


図-11 破壊時の有効応力分布

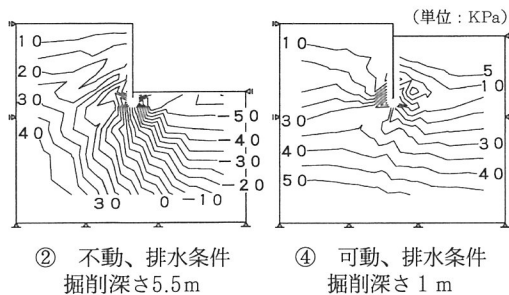


図-12 破壊時の過剰間隙水圧分布

3.2 切梁式土留め

実際の現場では、切梁支保を用いることが多く、前述のようにボーリングの検討では、土留壁は全く不動のものとして扱われている。そこで、本節では、切梁を有する土留めを不動条件で扱ってよいか、また切梁の設置位置で地盤の安定性は変化しないかどうかについて安定解析の面から完全排水条件のみについて検討する。

解析の境界条件および土質条件は前節と同一である。自立式土留めの場合、同断面を排水条件で掘削する場合の最大掘削深さは2.2mと前節で計算されているので、2.2m以上掘削する場合は、切梁が必要となる。本解析で切梁は、図-13に示すように土留め壁の節梁を固定することにより表現し、そこで発生する反力を破壊時の切梁にはたらく軸力として解釈する。

まず、2段切梁を設置して3mする掘削する場合を考える。2点で土留壁を支持するので土留壁の回転は完全に拘束される。そのため、限界水位 $H_c (=4.74\text{m})$ 、破壊モードおよび有効応力分布などの解析結果は、不動条件の土留めの場合と全く同じとなる。そのときの破壊時の塑性流れ図を図-14に示す。しかし、2段切梁時のそれぞれの切梁軸力と土留め壁の曲げモーメントを示す図-15を見ると、上段切梁に引張力が作用して安定を保っている場合が多いことがわかる。

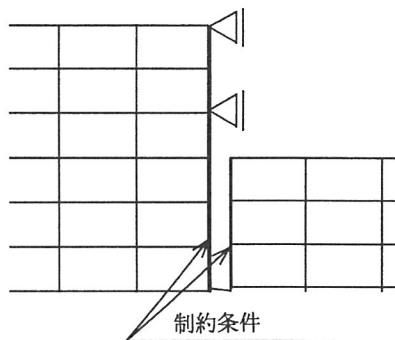


図-13 土留壁の境界条件

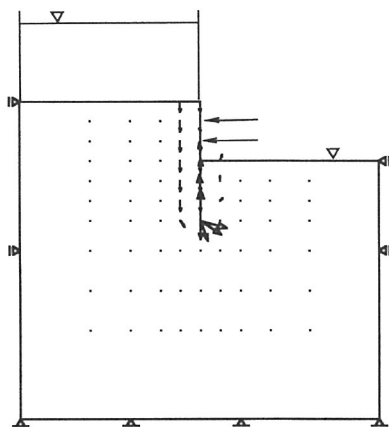


図-14 2段切梁設置時の塑性流れ図

なお、曲げモーメントは、式(12)のより求めたものである。切梁に引張力を期待できないため、それらの場合、実際には下段の切梁のみが働くものと判断する。結局2段切梁で有効に作用する位置は、 $(0, -3)$ 、 $(-1, -3)$ 、 $(-2, -3)\text{m}$ のみであり、また下段切梁の軸力を小さくするには $(-2, -3)$ の位置が最もよいことになる。ここで、1段切梁のみで検討した結果も図-16に示し、それぞれの限界水位 H_c を表-5および図-17に示す。したがって、たとえば、 $(-0, -1)\text{m}$ に切梁を2段設置したとしても、上段が引張力を受けているので下段梁のみがはたらいおり -1m の1段切梁と同等となる。したがって、その場合の H_c は2.19mということになる。

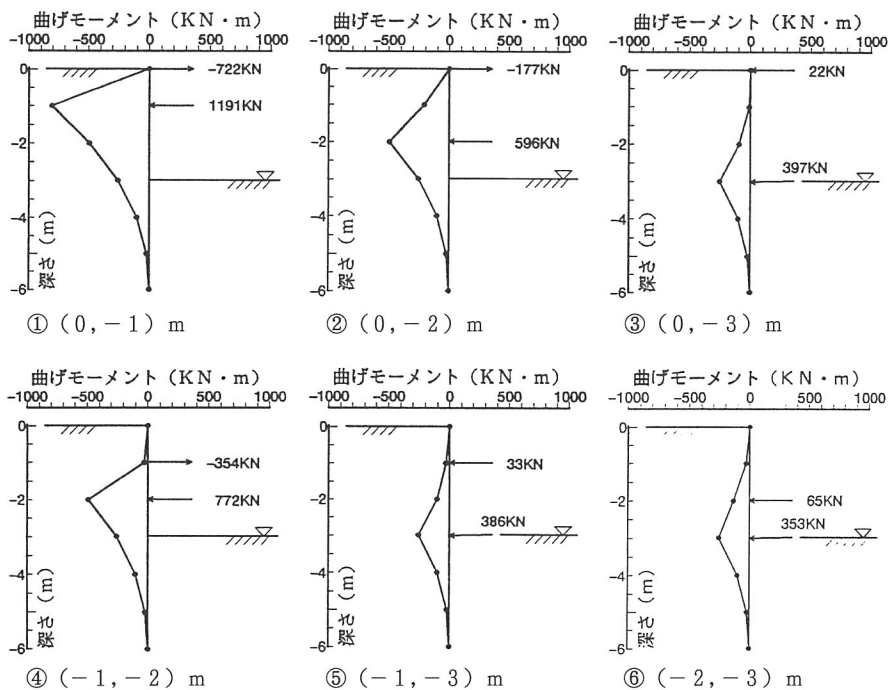


図-15 3m掘削時の2段切梁軸力および曲げモーメント図

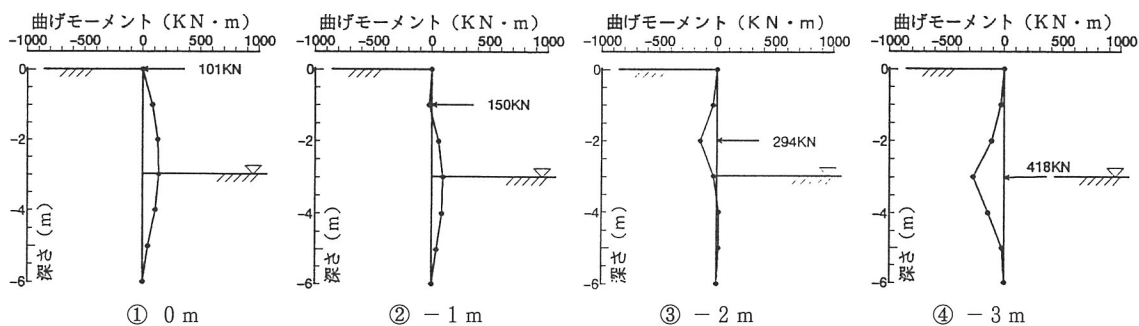


図-16 3m掘削時の1段切梁軸力および曲げモーメント図

表-5 切梁軸力

切梁位置(m)	3 m 掘 削		4 m 掘 削		Hc(m)	Hc(m)
	上段	下段	上段	下段		
0, -1	-722	1191	-634	938	1.96	
0, -2	-177	596	-164	469		
0, -3	22	397	-8	313		
0, -4	101	---	70	235		
-1, -2	-354	772	-329	633		
-1, -3	33	386	-12	316		
-1, -4	150	---	94	211		
-2, -3	65	353	-24	329		
-2, -4	294	---	140	165		
-3, -4	418	---	281	24		

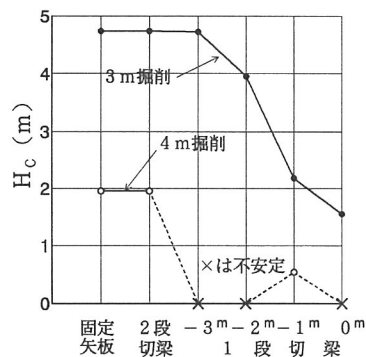


図-17 限界水位 H_c 比較図

次に、4 m掘削について考える。その時の2段切梁における切梁軸力を表-5に示してある。また、1段切梁の時は図-17に示すとおり、-1 mの切梁以外は不安定となっている。3 m掘削時で安定していた2段切梁(0,-3)、(-1,-3)、(-2,-3)m(表-5網掛け部分)は、いずれも4 m掘削時では上段が引張になっており、3 mから4 mに掘り下げる場合に、単純に2段切梁で掘ることは必ずしも得策ではないことがわかる。結局、図-17あるいは表-5から、-1 mの1段切梁が最も有効であることがわかる。図-18に-1 mの1段切梁の場合の典型的な塑性流れ図を示す。

以上より土留めに支保工を設置しても土留めが全く不動条件であると考えるのは危険であることを示唆している。また、切梁の設置に関しても工程に即した計画が必要である。蛇足ではあるが、引張力に対してはたらく切梁は安定性の面から有効かもしれない。

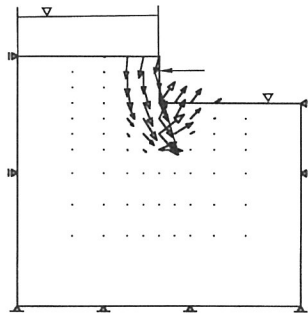


図-18 1段切梁設置時の破壊塑性流れ図

4. まとめ

本報告では、剛塑性有限要素法により極限つりあい解析を行うと同時に、浸透場との連成によりボイルングの検討を行う手法を示し、さらに速度場に「長さ不変」、「角度不変」および「相対位置不変条件」の線形制約条件を導入することで土留壁支持の極限つりあい解析を行う手法を示した。そうした解析手法を用いて、土留めの不動と可動条件を比較し、また、排水(定常浸透)、非排水条件での比較を行い、浸透力を考慮することが地盤の安定性に大きく影響を与えていることを示している。具体的には、土留壁を可動とした場合(自立式土留め)の掘削地盤の支持力は、不動とした場合に比べて、排水条件では約1/2となり、非排水条件の場合は1/5まで小さくなった。

また、切梁を設置した土留について、不動条件、可

動条件の適用性について検討し、切梁を設置しても土留壁を不動条件であるとするのは、危険であることを述べている。

今後は、実験データ⁵⁾および破壊に至る過程を考慮した変形解析結果との比較検討を行い本解析の妥当性を検証してゆきたいと考えている。

最後に、本報告書を作成するにあたりご指導賜りました名古屋大学 浅岡顕教授、松尾稔教授、東京大学生産技術研究所 小高猛司助手に深く感謝の意を表します。

(参考文献)

- 1) Asaoka, A., and Kodaka, T.:
Seepage Failure Experiments and Their Analysis of Loose and Medium Dense Sands, S&F, 32(3), pp.177-129, 1992
- 2) Kodaka, T., Asaoka, A., and Pokharel, G.:
Model Tests and Theoretical Analysis of Reinforced Soil Slopes with Facing Panels, S&F, 35(1), pp-133-145, 1995
- 3) Asaoka, A., Kodaka, T. and Pokharel, G.:
Stability analysis of reinforced soil structures using rigid plastic finite element method, S&F, 34(1), pp-107-118, 1994
- 4) 浅岡顕・小高猛司・Pokharel, G.・高稲敏浩:
速度場に制約条件を導入した剛塑性有限要素法による掘削安定解析、第29回土質工学研究発表会、1994
- 5) 浅岡顕・小高猛司・高稲敏浩・Pokharel, G.・成瀬 隆之:
矢板の動きを考慮した剛塑性FEMによる浸透破壊解析、第30回地盤工学研究発表会、1995
- 6) Tamura, T.,:
Rigid-Plastic Finite Element Method in Geotechnical Engineering, Computational Plasticity, Elsevier, 1990
- 7) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.:
Rigid plastic finite element method for frictional material, S&F, 27(3), pp1-12, 1987